ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

ФИПИ

Единый Государственный Экзамен

ИНТЕЛЛЕКТ-ЦЕНТР

МАТЕМАТИКА

КОМПЛЕКС МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

ЕГЭ 2016

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ
МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Ященко,
И. Р. Высоцкий, П. И. Захаров

ЕДИНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКЗАМЕН

МАТЕМАТИКА

КОМПЛЕКС МАТЕРИАЛОВ
ДЛЯ ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ

Москва
«Интеллект-Центр»
2016

УДК 373.167.1:51(075.3)
ББК 22.1я721
М34

Под общей редакцией директора Центра педагогического мастерства, заведующего кафедрой математики Московского института открытого образования Ященко И. В.

В сборнике использованы задачи, предложенные И. Р. Высоцким, Д. Д. Гущиным, П. И. Захаровым, М. А. Посицельской, С. Е. Посицельским, А. В. Семеновым, В. А. Смирновым, А. С. Трепалиным, С. А. Шестаковым, Д. Э. Шнолем, И. В. Ященко

Семенов А. В.

М34 Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся. Учебное пособие. / А. В. Семенов, А. С. Трепалин, И. В. Ященко, И. Р. Высоцкий, П. И. Захаров; под ред. И. В. Ященко; Московский Центр непрерывного математического образования. — М.: Интеллект-Центр, 2016. — 144 с.

ISBN 978-5-00026-216-0

Данное пособие предназначено для подготовки учащихся 11 классов к Единому государственному экзамену (ЕГЭ) по математике. Издание включает типовые задания по всем содержательным линиям экзаменационной работы, а также примерные варианты в формате ЕГЭ 2016 года.

Пособие поможет школьникам проверить свои знания и умения по предмету, а учителям — оценить степень достижения требований образовательных стандартов отдельными учащимися и обеспечить их целенаправленную подготовку к экзамену.

Издание разработано при научно-методической поддержке Федерального института педагогических измерений.

УДК 373.167.1:51(075.3)
ББК 22.1я721

Ответственный за выпуск
исполнительный директор *О. С. Ильясов*

Редактор *Д. П. Локтионов*
Художественный редактор *Е. Ю. Воробьёва*
Компьютерная верстка и макет: *Ю. А. Погодина*

Подписано в печать 28.08.2015 г. Формат 60x84 $^1/_8$.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 18,0. Тираж 30 000 экз.
Заказ № 1507170.

Издательство «Интеллект-Центр»
125445, Москва, ул. Смольная, д. 24, оф. 712

arvato BERTELSMANN
Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного электронного оригинал-макета в ООО «Ярославский полиграфический комбинат»
150049, Ярославль, ул. Свободы, 97

ISBN 978-5-00026-216-0

© «Интеллект-Центр», 2016
© МЦНМО, 2015

ВВЕДЕНИЕ

Государственная итоговая аттестация по математике в форме Единого государственного экзамена с 2015 года проводится на базовом и профильном уровнях. Содержание заданий с кратким ответом контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена базового и профильного уровней в 2016 году не будут принципиально отличаться от содержания соответствующих вариантов 2015 года. С окончательной структурой варианта можно ознакомиться на сайте Федерального института педагогических измерений (www.fipi.ru) в разделе «ЕГЭ: демоверсии, спецификации, кодификаторы». В рамках спецификации продолжается расширение тематики задач, особенно это касается геометрической части экзамена, а также заданий по началам математического анализа. Указанные изменения нашли свое отражение в книге, которую вы держите в руках.

В контрольных измерительных материалах единого государственного экзамена на профильном уровне задания с кратким ответом проверяют уровень освоения ФГОС на базовом и повышенном уровнях. В первой части задания с кратким ответом даются на базовом уровне сложности, а во второй части задания с кратким ответом даются уже на повышенном уровне сложности. Основной акцент в большей части таких заданий сделан на проверку освоения математических компетенций (в первую очередь на применение математических знаний к решению практических задач). Ответом ко всем заданиям с кратким ответом должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Эти ответы нужно записывать в Бланке ответов №1 в соответствии с прилагаемой инструкцией заполнения бланка. Особенностью проверки правильности выполнения таких задач является проверка только ответов (решения не проверяются). Все задания с кратким ответом берутся из открытого банка заданий ЕГЭ Федерального института педагогических измерений. Большой банк математических задач, из которого формируется банк ФИПИ, содержится на сайте www.mathege.ru.

Вторая часть варианта экзамена по математике содержит задания повышенного и высокого уровней сложности и предназначается прежде всего для дифференциации по уровню подготовки будущих абитуриентов. Задания с кратким ответом второй части проверяют профильный уровень математической подготовки. Задания с развернутым ответом проверяют уровень освоения ФГОС на повышенном уровне. Все решения заданий с развернутым ответом должны быть записаны в Бланке ответом №2 (дополнительном бланке ответов №2). Обоснованность и полноту решения этих заданий устанавливают эксперты и выставляют баллы в соответствии с Критериями оценивания заданий с развернутым ответом (демонстрационный вариант ЕГЭ по математике на сайте ФИПИ).

В контрольных измерительных материалах единого государственного экзамена на базовом уровне задания проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В экзаменационную работу включены задания базового уровня по всем основным предметным разделам: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

С 2010 года варианты единого государственного экзамена по математике формируются с использованием открытых банков заданий. Учебное пособие «Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся» создан на основе Открытого банка заданий по математике профильного уровня и Открытого банка заданий по математике базового уровня. Использования Комплекса материалов для подготовки учащихся позволяет выпускникам и учителям заранее выбрать уровень итоговой аттестации, осуществлять диагностику проблемных зон, эффективно встраивать стратегию и тактику итогового повторения и подготовку к экзамену.

Опыт проведения экзамена с использованием открытого банка заданий по математике в 2010—2015 годах показывает, что наименее эффективны, к сожалению, наиболее популярные стратегии подготовки — прорешивать, начиная с сентября месяца, подряд все задания открытого банка (в котором более 50 000 математических заданий) или прорешивать имеющиеся

в большом количестве варианты, аналогичные демонстрационному варианту ЕГЭ (либо из опубликованных пособий, либо составленные с использованием открытого банка).

Залог успеха на экзамене — регулярные занятия математикой в течение всего периода обучения в школе, своевременное выявление и ликвидация возникающих (неизбежно!) проблем. Поэтому настоящая книга позволит учителю включать задания, аналогичные заданиям ЕГЭ, в текущий учебный процесс, начиная с 6 класса.

Учителя и учащиеся при организации итогового повторения и подготовки к экзамену с помощью этой книги имеют возможность повторить задания основных тем курсов алгебра, алгебры и начал математического анализ, геометрии, теории вероятностей и статистики.

Авторы пособия много лет анализируют выполнение заданий экзамена и «вынуждены» рекомендовать определенные подготовительные задания, те задания, которые в явном виде и не даются на экзамене, но без правильного выполнения таких простых заданий нельзя получить правильный ответ в более сложных экзаменационных заданиях.

Раздел «Алгебра» включает в себя задания на рациональные, иррациональные, степенные, тригонометрические и логарифмические уравнения и выражения.

В пункт «Рациональные уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, есть и подготовительные задания: линейные уравнения, простейшие дробно-рациональные уравнения, квадратные — это те уравнения, в которых участники экзамена допускают много ошибок. В этом пункте присутствуют задания на вычисление по формулам, традиционные текстовые задачи на совместную работу, движение, проценты, концентрацию растворов и сплавов.

В пункт «Иррациональные уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, но объединяет эти задания наличие радикала (корня). В начале пункта даются задания на преобразование числовых выражений, содержащих корень, в таких вычислениях делается много ошибок участниками экзамена. Авторы рекомендуют при выполнении этих заданий не прибегать к помощи калькулятора, поскольку на экзамене использование калькулятора не предусмотрено. Очень много досадных ошибок допускается в простейших иррациональных уравнениях, поэтому таких уравнений в пособии дается много. Задания на вычисления по формулам, содержащих радикал, также включены в этот пункт.

В пункт «Степенные уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта. В начале пункта дается большое количество заданий на преобразование числовых выражений, содержащих степень. Простейшие показательные уравнения есть в вариантах экзамена, поэтому таких уравнений в пособии дается много. Задания на вычисления по формулам, содержащих степень, также включены в этот пункт.

В пункт «Тригонометрические уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, но объединяет эти задания наличие тригонометрических функций. В начале пункта даются задания на нахождение по одной тригонометрической функции других тригонометрических функций, в пособии дается очень большое количество заданий на преобразование тригонометрических выражений с использованием основного тригонометрического тождества, формул приведения, тригонометрических формул двойного угла, знание табличных значений тригонометрических функций. В этот пункт включены также простейшие тригонометрические уравнения, без правильного решения которых нельзя получить правильный ответ в заданиях повышенного уровня. Задания на вычисления по формулам, содержащих тригонометрические функции, также включены в этот пункт.

В пункт «Логарифмические уравнения и выражения» собраны задания с разных позиций варианта, но объединяет эти задания наличие логарифма. В начале пункта даются задания на нахождение значений выражений, содержащих логарифм. Задания подобраны так, чтобы учащийся с помощью этого банка заданий имел возможность повторить все свойства логарифмов. В этот пункт включены также простейшие логарифмические уравнения, без правильного решения которых нельзя получить правильный ответ в заданиях повышенного и высокого уровней. Задания на вычисления по формулам, содержащих логарифм, также включены в этот пункт.

Раздел «Практико-ориентированные задачи» включают в себя текстовые задачи, задания на диаграммы и графики зависимостей, а так же задания курса «Теория вероятностей и статистика».

В пункт «Текстовые задачи» собраны задания с разных позиций варианта. Для решения задач этого пункта не нужно составлять уравнений, чаще всего эти задачи решаются по действиям, иногда устно. Это задачи, в которых нужно посчитать плату за электроэнергию по показаниям счётчика, посчитать сдачу, которую должен получить покупатель, рассчитать наиболее выгодный

тарифный план и т.д. Прежде всего, это задания на вычисления, которые возникают в различных реальных ситуациях.

В пункт «Графики и диаграммы» включены задания на чтение диаграмм. В этом пункте даны диаграммы выпадения осадков, температур, различных курсов денежных единиц, цен металлов, нефти. По этим диаграммам нужно ответить на разного рода вопросы. Казалось бы, что может быть проще, но на экзамене каждый десятый выпускник не дает верного ответа на эти простые вопросы.

В пункте «Вероятность» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить вероятность наступления или не наступления события. Наряду с простыми заданиями в этот пункт включены и сложные задания.

Раздел «Геометрия» включает в себя задания стереометрии и задания планиметрии, разбитые по темам: длины, углы, тригонометрия, площади.

В пункте «Длины» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить длину отрезка. Это может быть и треугольник, и четырёхугольник. В этот пункт включено много подготовительных задач — простых планиметрических задач на какой-то один геометрический факт. Для решения таких заданий авторы рекомендуют обязательно сделать рисунок. Иногда такие задания можно решать практически устно, применяя известные соотношения, иногда для решения задачи нужно составить уравнение или систему уравнений. Наряду с простыми заданиями в этот пункт включены и сложные задания.

В пункте «Углы» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить величину угла. Это может быть и угол в треугольнике или в четырёхугольнике, и вписанный или центральный угол. В этот пункт также включено много подготовительных задач — простых планиметрических задач на какой-то один геометрический факт. Для решения таких заданий авторы рекомендуют обязательно сделать рисунок. Иногда такие задания можно решать практически устно, применяя известные соотношения, иногда для решения задачи нужно составить уравнение. Наряду с простыми заданиями в этот пункт включены и сложные задания.

Практически все задания пункта «Тригонометрия» носят подготовительный характер, потому что авторы специально большое количество заданий на тригонометрические соотношения дали для прямоугольного треугольника в качестве важного повторения.

В пункте «Площади» собрано большое количество заданий, в которых нужно вычислить площадь фигуры. Это может быть и площадь треугольника, и площадь четырёхугольника (параллелограмма, трапеции), и площадь круга. Наряду с классическими задачами на эту тему в пункт включено большое количество геометрических задач на «клеточках» или в декартовой системе координат.

В пункте «Стереометрия» собрано большое количество заданий, в которых нужно решить стереометрическую задачу. Это может быть и расстояние между вершинами многогранника, и длина ребра прямоугольного параллелепипеда, и высота правильной пирамиды, и площадь полной поверхности многогранника, и объём части конуса и т.д. В основном в этот пункт включены задания базового уровня сложности.

Раздел «Начала математического анализа» включает задания на геометрический и физический смысл производной, технику дифференцирования и исследование функций, нахождение первообразной и применение первообразной для нахождения площади фигуры.

В пункте «Геометрический и физический смысл производной» собрано большое количество заданий. В пункте есть классические задания на уравнение касательной, а есть и задания, когда по графикам функции и касательной нужно вычислить значение производной в точке. В этот пункт также включено большое количество заданий на рисунках: по графику производной указать какие-то свойства функции или по графику функции ответить на вопросы про производную этой функции.

Практически все задания пункта «Техника дифференцирования» носят подготовительный характер, потому что авторы специально дали большое количество заданий на нахождение производной различных функций. Для выполнения этих заданий потребуется знание табличных производных и правил дифференцирования.

В пункте «Исследование функций» собрано большое количество заданий. В этот пункт включено большое количество заданий на рисунках: по графику производной указать какие-то свойства функции (точка экстремума, скорость изменения) или по графику функции ответить на вопросы про производную этой функции. В этом пункте есть большое количество классических задач на нахождение точек экстремума (локального), наибольшего или наименьшего значения функции на заданном отрезке.

В пункте «Первообразная» даны задания, в которых есть понятие «первообразная». В этот пункт включены задания на рисунках: по графику одной из первообразных указать какие-то свойства функции или по графику функции вычислить площадь фигуры или приращение первообразной. В этом пункте также даны классические задачи на первообразную базового уровня сложности.

Раздел «Задачи повышенной сложности» дает представления (не претендуя на полноту) о заданиях повышенного и высокого уровня сложности с развернутым ответом: тригонометрические уравнения, системы неравенств, уравнения и неравенства с параметром, планиметрические и стереометрические задачи и задачи высокого уровня сложности по арифметике и алгебре.

В пункте «Тригонометрические уравнения» дается набор уравнений повышенного уровня сложности, сводящихся к решению тригонометрических уравнений. Для того, чтобы прийти к простейшему тригонометрическому уравнению, нужно решить сначала или квадратное уравнение, или иррациональное уравнение, или показательное уравнение, или логарифмическое. Задания этого пункта даны на языке экзамена: решить уравнение и найти корни этого уравнения, принадлежащие данному отрезку.

В пункте «Системы неравенств» дается небольшой набор систем неравенств повышенного уровня сложности. Здесь есть и рациональные неравенства, и показательные, и логарифмические.

В пункте «Уравнения и неравенства с параметром» дается небольшой набор заданий с параметром высокого уровня сложности.

В пункте «Планиметрия» дается небольшой набор геометрических заданий повышенного уровня сложности. Задания этого пункта даны на языке экзамена: доказать геометрический факт и что-то вычислить.

В пункте «Стереометрия» дается небольшой набор геометрических заданий повышенного уровня сложности на нахождение расстояний от точки до прямой или плоскости, на нахождение угла между прямыми, между прямой и плоскостью, между плоскостями.

Основное назначение пункта «Арифметика и алгебра» — дать представление о задачах высокого уровня сложности.

В пункте «Экономические задачи» дается небольшой набор задач с экономическим содержанием.

Учебное пособие «Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся» содержит 12 тренировочных вариантов (6 вариантов профильного уровня и 6 вариантов базового уровня), аналогичных заданиям государственной итоговой аттестации по математике в форме ЕГЭ, вошедших в обновленный открытый банк заданий ФИПИ.

Предложенные тренировочные варианты помогут участнику экзамена выбрать свою стратегию сдачи экзамена. При решении тренировочных вариантов можно попробовать разные варианты планирования работы, обращая внимание на то, что условия работы должны быть такими же, как на экзамене: не допускается использование калькулятора, не следует отвлекаться в течение всего времени, отведенного на выполнение варианта. При выполнении варианта базового уровня нужно пользоваться справочными материалами (на экзамене они выдаются вместе с вариантом). Перед выполнением заданий варианта обязательно прочитайте инструкцию (в пособии она дана). На экзамене (тренировке) следует пропускать те задания, которые на этапе подготовки, например, с помощью учебного пособия «Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся», вызывали затруднения, и выполнять их после того, как будут решены те задания, в решении которых уверены. Каждый участник экзамена во время выполнения заданий каждой части может выделить больше времени на те задачи, которые он может решить: более подготовленный, быстро решив простые задачи, имеет возможность сосредоточиться на более сложных (задания второй части в вариантах профильного уровня), а менее подготовленный сможет все время потратить на решение заданий базового уровня сложности (задания первой части).

Данный сборник позволяет учителю вести планомерную подготовку к итоговой аттестации по математике, включая задания сборника в классную и домашнюю работу. В основном одинаковые задания даются парами: одну задачу решили в классе, другую — дома.

Учащиеся имеют возможность самостоятельно выстраивать тактику подготовки к экзамену с использованием материалов данного издания, открытого банка математических заданий с опорой на школьные учебники.

Авторы выражают уверенность в том, что задания сборника позволят не только успешно подготовиться к экзамену, но и закрепить математические знания, которые пригодятся в обычной жизни и при продолжении образования.

1. АЛГЕБРА

1.1. Рациональные уравнения и выражения

1.1.1. Найдите корень уравнения $2-5x=11-2x$.

1.1.2. Найдите корень уравнения $-4(3-x)=2x+7$.

1.1.3. Найдите корень уравнения $\frac{7}{8}x=19\frac{1}{4}$.

1.1.4. Найдите корень уравнения $\frac{5}{9}x=-1\frac{2}{3}$.

1.1.5. Найдите корень уравнения $\frac{1}{5x-5}=2$.

1.1.6. Найдите корень уравнения $\frac{1}{x-5}=\frac{1}{4}$.

1.1.7. Найдите корень уравнения $\frac{x-40}{x-4}=-5$.

1.1.8. Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x+2}=\frac{1}{3x-6}$.

1.1.9. Решите уравнение $\frac{2}{5}x^2=4{,}9$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.10. Решите уравнение $\frac{1}{11}x^2=9\frac{1}{11}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.11. Найдите корень уравнения $x^2-9x+14=0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

1.1.12. Найдите корень уравнения $x^2-4x-45=0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

1.1.13. Решите уравнение $(2x-7)^2=(2x-1)^2$.

1.1.14. Найдите корень уравнения $(x-10)^2=(x+3)^2$.

1.1.15. Найдите корень уравнения $x^2-4=(x-2)^2$.

1.1.16. Найдите корень уравнения $x^2-5=(x+1)^2$.

1.1.17. Решите уравнение $(x-1)^2=-4x$.

1.1.18. Найдите корень уравнения $(x-2)^2=-8x$.

1.1.19. Решите уравнение $\frac{2}{x^2+1}=1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

1.1.20. Решите уравнение $\frac{19x}{x^2-5}=2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.21. Найдите корень уравнения $(x+4)^9=512$.

1.1.22. Найдите корень уравнения $(x-7)^3 = -216$.

1.1.23. Решите уравнение $x^3 - 7x + 6 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

1.1.24. Решите уравнение $x^4 + x^2 - 2 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

1.1.25. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 25$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 20 Ом. Ответ выразите в омах.

1.1.26. В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 63$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 36 Ом. Ответ выразите в омах.

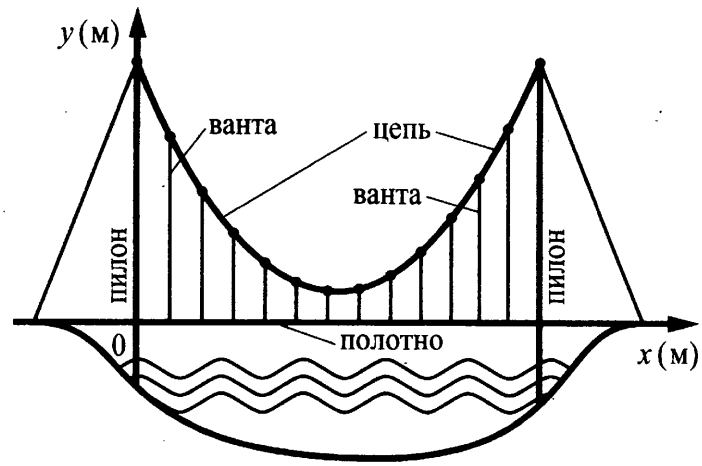
1.1.27. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 20%, если температура холодильника $T_2 = 320$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

1.1.28. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 — температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 — температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 65%, если температура холодильника $T_2 = 301$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

1.1.29. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -50$ К/мин^2, $b = 400$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1750 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

1.1.30. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t — время в минутах, $T_0 = 680$ К, $a = -16$ К/мин^2, $b = 224$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1400 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

1.1.31. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0{,}0043x^2 - 0{,}8x + 42$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 90 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.



1.1.32. На рисунке к задаче 1.1.29 изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0{,}0013x^2 - 0{,}29x + 20$, где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 10 метрах от пилона. Ответ дайте в метрах.

1.1.33. Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \dfrac{(r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}})}{(K+1)^m}$, где $m = \dfrac{0{,}02K}{r_{\text{пок}} + 0{,}1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,32, а оценка экспертов равна 0,22.

1.1.34. Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \dfrac{(r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}})}{(K+1)^m}$, где $m = \dfrac{0{,}02K}{r_{\text{пок}} + 0{,}1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 7, их средняя оценка равна 0,11, а оценка экспертов равна 0,15.

1.1.35. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 0 до 5. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вчетверо дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид $R = \dfrac{3In + Op + 4Tr}{A}$. Найдите, каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 1.

1.1.36. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый отдельный показатель — целое число от 1 до 10. Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится вчетверо, а объективность — втрое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид $R = \dfrac{4In + Op + 3Tr}{A}$. Найдите, каким должно быть число A, чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 20.

1.1.37. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,6 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3 км/ч, а другой — со скоростью 4,2 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в км.

1.1.38. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 3 км/ч, а другой — со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча? Ответ дайте в км.

1.1.39. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 35 км. Путь из A в B занял у туриста 14 часов, из которых 7 часов ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1.1.40. Дорога между пунктами A и B состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 22 км. Путь из A в B занял у туриста 8 часов, из которых 3 часа ушло на спуск. Найдите скорость туриста на спуске, если она больше скорости на подъёме на 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1.1.41. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 150 литров она заполняет на 5 минут дольше, чем вторая труба?

1.1.42. Первая труба пропускает на 7 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 144 литра она заполняет на 7 минут быстрее, чем первая труба?

1.1.43. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 200 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 10 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 10 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из A в B. Ответ дайте в км/ч.

1.1.44. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города A в город B, расстояние между которыми равно 162 км. На следующий день он отправился обратно в A со скоростью на 9 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 9 часов. В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B. Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A. Ответ дайте в км/ч.

1.1.45. Моторная лодка прошла против течения реки 117 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1.1.46. Моторная лодка прошла против течения реки 247 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 16 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1.1.47. На изготовление 27 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 54 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

1.1.48. На изготовление 572 деталей первый рабочий затрачивает на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 650 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

1.1.49. Смешали некоторое количество 18-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 16-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

1.1.50. Смешали 3 литра 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

1.1.51. Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 25% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

1.1.52. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 14% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 10 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

1.1.53. Бригада маляров красит забор длиной 140 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 70 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

1.1.54. Рабочие прокладывают тоннель длиной 112 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 7 метров туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 7 дней.

1.1.55. Автомобиль выехал с постоянной скоростью 72 км/ч из города A в город B, расстояние между которыми равно 342 км. Одновременно с ним из города C в город B, расстояние между которыми равно 276 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 45 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город B одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

1.1.56. Автомобиль выехал с постоянной скоростью 66 км/ч из города A в город B, расстояние между которыми равно 385 км. Одновременно с ним из города C в город B, расстояние между которыми равно 372 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город B одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

1.1.57. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 32 круга по кольцевой трассе протяжённостью 5,1 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 6 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 51 минуту после старта? Ответ дайте в км/ч.

1.1.58. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 99 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 22 минуты. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 20 минут после старта? Ответ дайте в км/ч.

1.1.59. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 21 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 420 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

1.1.60. Первую треть трассы автомобиль ехал со скоростью 40 км/ч, вторую треть — со скоростью 60 км/ч, а последнюю — со скоростью 120 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

1.1.61. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 13 рабочих, а во второй — 23 рабочих. Через 3 дня после начала работы в первую бригаду перешли 20 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

1.1.62. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 9 рабочих, а во второй — 11 рабочих. Через 6 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

1.1.63. Один мастер может выполнить заказ за 28 часов, а другой — за 21 час. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

1.1.64. Первый насос наполняет бак за 30 минут, второй — за 48 минут, а третий — за 1 час 20 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

1.1.65. Две трубы наполняют бассейн за 4 часа 30 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 18 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

1.1.66. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроём?

1.2. Иррациональные уравнения и выражения

1.2.1. Найдите значение выражения $\frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2}{2}$.

1.2.2. Найдите значение выражения $\frac{\left(3\sqrt{5}\right)^2}{15}$.

1.2.3. Найдите значение выражения $\sqrt{34^2-30^2}$.

1.2.4. Найдите значение выражения $\sqrt{233^2-208^2}$.

1.2.5. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{32}-\sqrt{18}\right)\cdot\sqrt{8}$.

1.2.6. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{27}-\sqrt{48}\right)\cdot\sqrt{12}$.

1.2.7. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{4{,}8}\cdot\sqrt{1{,}8}}{\sqrt{0{,}24}}$.

1.2.8. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{1{,}5}\cdot\sqrt{2{,}1}}{\sqrt{0{,}35}}$.

1.2.9. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{14}-\sqrt{12}\right)\left(\sqrt{14}+\sqrt{12}\right)$.

1.2.10. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{8}-\sqrt{18}\right)\left(\sqrt{8}+\sqrt{18}\right)$.

1.2.11. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)^2}{16}$.

1.2.12. Найдите значение выражения $\frac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{17}\right)^2}{12+\sqrt{119}}$.

1.2.13. Найдите корень уравнения $\sqrt{x-5}=4$.

1.2.14. Найдите корень уравнения $\sqrt{2x+3}=3$.

1.2.15. Найдите корень уравнения $\sqrt{-32-9x}=2$.

1.2.16. Найдите корень уравнения $\sqrt{10-x}=2$.

1.2.17. Решите уравнение $\sqrt{18-7x}=x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

1.2.18. Решите уравнение $\sqrt{56-x}=-x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

1.2.19. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{4x+32}{7}} = 6$.

1.2.20. Решите уравнение $\sqrt{\frac{4}{3x-17}} = \frac{1}{2}$.

1.2.21. Решите уравнение $\sqrt{\frac{5}{8-3x}} = \frac{1}{13}$.

1.2.22. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+10} = 2$.

1.2.23. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+1} = 2$.

1.2.24. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,3 километра, приобрести скорость не менее 90 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

1.2.25. Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч^2, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,4 километра, приобрести скорость не менее 140 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

1.2.26. Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 12 километров? Ответ выразите в метрах.

1.2.27. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 32 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 36 километров?

1.3. Степенные уравнения и выражения

1.3.1. Найдите значение выражения $3^4 \cdot 9^{-2}$.

1.3.2. Найдите значение выражения $2^3 \cdot 16^{-\frac{1}{2}}$.

1.3.3. Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

1.3.4. Найдите значение выражения $8^{0,6} \cdot 32^{0,04}$.

1.3.5. Найдите значение выражения $7^{\frac{4}{7}} \cdot 49^{\frac{5}{7}}$.

1.3.6. Найдите значение выражения $3^{\frac{5}{6}} \cdot 9^{\frac{1}{12}}$.

1.3.7. Найдите значение выражения $\dfrac{4^{5,5}}{16^{1,25}}$.

1.3.8. Найдите значение выражения $\dfrac{7^{3,8}}{49^{1,4}}$.

1.3.9. Найдите значение выражения $\dfrac{25^{6,2}}{5^{10,4}}$.

1.3.10. Найдите значение выражения $\dfrac{9^{3,7}}{3^{5,4}}$.

1.3.11. Найдите значение выражения $\dfrac{2^{3,2}\cdot 6^{6,2}}{12^{5,2}}$.

1.3.12. Найдите значение выражения $\dfrac{2^{2,5}\cdot 5^{5,5}}{10^{2,5}}$.

1.3.13. Найдите значение выражения $4^4\cdot 3^9 : 12^4$.

1.3.14. Найдите значение выражения $12^{-2,8}\cdot 4^{1,8} : 3^{-4,8}$.

1.3.15. Найдите значение выражения $0{,}08^{\frac{1}{7}}\cdot 5^{\frac{3}{7}}\cdot 10^{\frac{6}{7}}$.

1.3.16. Найдите значение выражения $9\cdot\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[12]{125}$.

1.3.17. Найдите значение выражения $\sqrt[6]{64}\cdot\sqrt[3]{64}$.

1.3.18. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[20]{5}\cdot\sqrt[5]{5}}{\sqrt[4]{5}}$.

1.3.19. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{9}}$.

1.3.20. Найдите значение выражения $\left(2^5\right)^6 : 2^{32}$.

1.3.21. Найдите значение выражения $\left(36^6\right)^3 : \left(6^4\right)^8$.

1.3.22. Найдите значение выражения $\left(\dfrac{2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{2}}\right)^3$.

1.3.23. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(5^{\frac{4}{7}}\cdot 11^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{\cdot 55^{12}}$.

1.3.24. Найдите значение выражения $\dfrac{17(m^4)^6 + 7(m^8)^3}{(4m^{12})^2}$.

1.3.25. Найдите значение выражения $\dfrac{7(m^4)^3 + 18(m^3)^4}{(5m^6)^2}$.

1.3.26. Найдите значение выражения $\dfrac{(6x)^3\cdot x^{-7}}{x^{-3}\cdot 2x^{-1}}$.

1.3.27. Найдите значение выражения $\frac{(4x)^2 \cdot x^5}{x^4 \cdot 5x^3}$.

1.3.28. Найдите корень уравнения $3^{x-4} = 9$.

1.3.29. Найдите корень уравнения $4^{2-x} = 16$.

1.3.30. Найдите корень уравнения $4^{2x-17} = \frac{1}{64}$.

1.3.31. Найдите корень уравнения $36^{x-5} = \frac{1}{6}$.

1.3.32. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-12} = \frac{1}{8}$.

1.3.33. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-7} = 3$.

1.3.34. Решите уравнение $\left(\frac{1}{10}\right)^{x-7} = 10^x$.

1.3.35. Решите уравнение $5^{7+2x} = 25^{2x}$.

1.3.36. Найдите корень уравнения $3^{3+4x} = 1{,}5 \cdot 2^{3+4x}$.

1.3.37. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-6} = 32^x$.

1.3.38. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-5} = 2^x$.

1.3.39. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 36$ мг. Период его полураспада $T = 10$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 9 мг?

1.3.40. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) — начальная масса изотопа, t (мин.) — время, прошедшее от начального момента, T (мин.) — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 48$ мг. Период его полураспада $T = 8$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг?

1.3.41. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вчетверо объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 2 раза?

1.3.42. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p (Па) — давление в газе, V — объём газа в кубических метрах, a — положительная константа. При каком наименьшем значении константы a увеличение в 32 раза объёма газа, участвующего в этом процессе, приводит к уменьшению давления не менее, чем в 2 раза?

1.4. Тригонометрические уравнения и выражения

1.4.1. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

1.4.2. Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\alpha \in (1{,}5\pi; 2\pi)$.

1.4.3. Найдите $18\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}7$.

1.4.4. Найдите $-46\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}1$.

1.4.5. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

1.4.6. Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{1}{\sqrt{26}}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

1.4.7. Найдите значение выражения $8\sin 135^\circ \cdot \cos 45^\circ$.

1.4.8. Найдите значение выражения $27\sqrt{6}\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$.

1.4.9. Найдите значение выражения $6\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}\cos\frac{7\pi}{3}$.

1.4.10. Найдите значение выражения $\frac{32}{\sin\left(-\frac{35\pi}{4}\right)\cos\frac{25\pi}{4}}$.

1.4.11. Найдите значение выражения $32\sqrt{3}\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

1.4.12. Найдите $17\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}8$.

1.4.13. Найдите $49\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{2}{7}$.

1.4.14. Найдите значение выражения $30\sqrt{3}\sin 1020^\circ$.

1.4.15. Найдите значение выражения $-34\sqrt{3}\cos 930^\circ$.

1.4.16. Найдите значение выражения $10\sqrt{3}\operatorname{tg}390^\circ$.

1.4.17. Найдите значение выражения $35\operatorname{tg}14^\circ \cdot \operatorname{tg}76^\circ$.

1.4.18. Найдите значение выражения $\frac{48\sin 76^\circ}{\sin 284^\circ}$.

1.4.19. Найдите значение выражения $\frac{35\cos 82^\circ}{\cos 98^\circ}$.

1.4.20. Найдите значение выражения $\frac{28\operatorname{tg}48^\circ}{\operatorname{tg}132^\circ}$.

1.4.21. Найдите значение выражения $\frac{17\cos 86^\circ}{\sin 4^\circ}$.

1.4.22. Найдите значение выражения $-24\operatorname{tg}70^\circ \cdot \operatorname{tg}160^\circ$.

1.4.23. Найдите значение выражения $\frac{2\sin 32^\circ \cdot \cos 32^\circ}{\sin 64^\circ}$.

1.5. Логарифмические уравнения и выражения

1.5.1. Найдите значение выражения $\log_2 8$.

1.5.2. Найдите значение выражения $\log_{10} 1000$.

1.5.3. Найдите значение выражения $\log_{0,25} 32$.

1.5.4. Найдите значение выражения $\log_{0,1} 100$.

1.5.5. Найдите значение выражения $\log_6 \log_2 64$.

1.5.6. Найдите значение выражения $18 \log_7 \sqrt[6]{7}$.

1.5.7. Найдите значение выражения $\log_{\sqrt[7]{3}} 3$.

1.5.8. Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{25}} \sqrt{25}$.

1.5.9. Найдите значение выражения $18 \cdot 3^{\log_3 4}$.

1.5.10. Найдите значение выражения $216^{\log_6 7}$.

1.5.11. Найдите значение выражения $(\log_7 343) \cdot (\log_2 8)$.

1.5.12. Найдите значение выражения $(\log_4 16) \cdot (\log_3 9)$.

1.5.13. Найдите значение выражения $\log_{10} 0{,}01 + \log_{0,5} 4$.

1.5.14. Найдите значение выражения $\log_2 64 + \log_{0,1} 100$.

1.5.15. Найдите значение выражения $\log_5 6{,}25 + \log_5 4$.

1.5.16. Найдите значение выражения $\log_8 256 - \log_8 0{,}5$.

1.5.17. Найдите значение выражения $\log_{0,6} 10 - \log_{0,6} 6$.

1.5.18. Найдите значение выражения $\dfrac{\log_2 729}{\log_2 9}$.

1.5.19. Найдите значение выражения $\dfrac{\log_9 8}{\log_{81} 8}$.

1.5.20. Найдите значение выражения $\log_5 2 \cdot \log_2 25$.

1.5.21. Найдите значение выражения $\log_{0,25} 9 \cdot \log_9 4$.

1.5.22. Найдите значение выражения $5^{3\log_5 11}$.

1.5.23. Найдите значение выражения $36^{\log_6 \sqrt{8}}$.

1.5.24. Вычислите значение выражения $\left(7^{\log_7 2}\right)^{\log_2 7}$.

1.5.25. Вычислите значение выражения $\left(5^{\log_2 7}\right)^{\log_5 2}$.

1.5.26. Найдите корень уравнения $\log_6(-3 + x) = 1$.

1.5.27. Найдите корень уравнения $\log_7(-5 - x) = 3$.

1.5.28. Найдите корень уравнения $\log_4(15+x) = \log_4 2$.

1.5.29. Найдите корень уравнения $\log_8(10-x) = \log_8 7$.

1.5.30. Найдите корень уравнения $\log_6(x+7) = \log_6(6x-13)$.

1.5.31. Решите уравнение $\log_2(8+3x) = \log_2(3-x)+1$.

1.5.32. Найдите корень уравнения $\log_3(14-x) = 2\log_3 5$.

1.5.33. Найдите корень уравнения $\log_3(18-x) = 4\log_3 2$.

1.5.34. Найдите корень уравнения $3^{\log_3(7-x)} = 5$.

1.5.35. Найдите корень уравнения $2^{\log_4(x+1)} = 3$.

1.5.36. Найдите корень уравнения $\log_5 25^{2x+7} = 8$.

1.5.37. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{6-x} = 3$.

1.5.38. Решите уравнение $\log_{x+6} 9 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

1.5.39. Решите уравнение $\log_{x-7} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

1.5.40. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_П = 20°C$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_В = 88°C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T(°C), причём $x = \alpha\frac{cm}{\gamma}\log_2\frac{T_В - T_П}{T - T_П}$ (м), где $c = 4200\ \frac{Дж}{кг\cdot°C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 21\ \frac{Вт}{м\cdot°C}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}6$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 96 м?

1.5.41. Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_П = 15°C$, через радиатор отопления пропускают горячую воду температурой $T_В = 59°C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T(°C), причём $x = \alpha\frac{cm}{\gamma}\log_2\frac{T_В - T_П}{T - T_П}$ (м), где $c = 4200\ \frac{Дж}{кг\cdot°C}$ — теплоёмкость воды, $\gamma = 28\ \frac{Вт}{м\cdot°C}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha = 1{,}5$ — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 135 м?

2. ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

2.1. Текстовые задачи

2.1.1. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 3 кг 500 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 300 рублей?

2.1.2. Летом килограмм клубники стоит 75 рублей. Маша купила 1 кг 400 г клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

2.1.3. Для ремонта квартиры требуется 55 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 4 рулона?

2.1.4. Для ремонта квартиры требуется 68 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов?

2.1.5. В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

2.1.6. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

2.1.7. Теплоход рассчитан на 900 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 60 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2.1.8. Теплоход рассчитан на 950 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2.1.9. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 11 рублей. Если на счету осталось меньше 11 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 600 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

2.1.10. По тарифному плану «Просто как день» компания сотовой связи каждый вечер снимает со счёта абонента 22 рубля. Если на счету осталось меньше 22 рублей, то на следующее утро номер блокируют до пополнения счёта. Сегодня утром у Лизы на счету было 400 рублей. Сколько дней (включая сегодняшний) она сможет пользоваться телефоном, не пополняя счёт?

2.1.11. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 130 г краски. Краска продаётся в банках по 3 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 35 кв. м?

2.1.12. Для покраски 1 кв. м потолка требуется 120 г краски. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 60 кв. м?

2.1.13. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Розы стоят 80 рублей за штуку. У Вани есть 350 рублей. Из какого наибольшего числа роз он может купить букет Маше на день рождения?

2.1.14. На день рождения полагается дарить букет из нечётного числа цветов. Тюльпаны стоят 25 рублей за штуку. У Вани есть 120 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

2.1.24. Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 650 Мб в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 650 Мб?

2.1.25. 1 киловатт-час электроэнергии стоит 1 рубль 70 копеек. Счётчик электроэнергии 1 ноября показывал 69084 киловатт-часа, а 1 декабря показывал 69230 киловатт-часов. Сколько рублей нужно заплатить за электроэнергию за ноябрь?

2.1.26. В квартире, где проживает Алексей, установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). 1 июня счётчик показывал расход 100 куб. м воды, а 1 июля — 110 куб. м. Какую сумму должен заплатить Алексей за холодную воду за июнь, если цена за один куб. м холодной воды составляет 9 р. 10 коп.? Ответ дайте в рублях.

2.1.27. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2400 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1800 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1300 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

2.1.28. Установка двух счётчиков воды (холодной и горячей) стоит 2200 рублей. До установки счётчиков за воду платили 1400 рублей ежемесячно. После установки счётчиков ежемесячная оплата воды стала составлять 1100 рублей. Через какое наименьшее количество месяцев экономия по оплате воды превысит затраты на установку счётчиков, если тарифы на воду не изменятся?

2.1.29. На бензоколонке один литр бензина стоит 32 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 15 литров бензина и взял бутылку воды за 24 рубля. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

2.1.30. На бензоколонке один литр бензина стоит 31 руб. 60 коп. Водитель залил в бак 10 литров бензина и взял бутылку воды за 24 рубля. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

2.1.31. В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 190 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен однотарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,6 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,8 руб. за кВт·ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

2.1.32. В среднем гражданин А. в дневное время расходует 120 кВт·ч электроэнергии в месяц, а в ночное время — 165 кВт·ч электроэнергии. Раньше у А. в квартире был установлен однотарифный счётчик, и всю электроэнергию он оплачивал по тарифу 2,4 руб. за кВт·ч. Год назад А. установил двухтарифный счётчик, при этом дневной расход электроэнергии оплачивается по тарифу 2,4 руб. за кВт·ч, а ночной расход оплачивается по тарифу 0,6 руб. за кВт·ч. В течение 12 месяцев режим потребления и тарифы оплаты электроэнергии не менялись. На сколько больше заплатил бы А. за этот период, если бы не поменялся счётчик? Ответ дайте в рублях.

2.1.33. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 2 кубометра пеноблоков и 2 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 2 тонны щебня и 20 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2600 рублей, щебень стоит 640 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 200 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

2.1.34. Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или фундамент из пеноблоков. Для фундамента из пеноблоков необходимо 4 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 30 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2350 рублей, щебень стоит 660 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал, если выбрать наиболее дешёвый вариант?

2.1.35. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	**Кострома**	**Краснодар**	**Петрозаводск**
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	13
Молоко (1 литр)	26	23	26
Картофель (1 кг)	17	12	14
Сыр (1 кг)	240	265	230
Мясо (говядина)	285	280	280
Подсолнечное масло (1 литр)	52	44	38

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 л молока, 1 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

2.1.36. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трёх городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	**Краснодар**	**Тамбов**	**Ростов-на-Дону**
Пшеничный хлеб (батон)	14	14	12
Молоко (1 литр)	23	23	23
Картофель (1 кг)	12	11	13
Сыр (1 кг)	265	220	215
Мясо (говядина)	280	240	265
Подсолнечное масло (1 литр)	44	54	55

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешёвым следующий набор продуктов: 3 кг картофеля, 1 кг сыра, 3 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

2.1.37. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 60 рублей за 50 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 г и окрасить её. Один пакетик краски стоит 30 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

2.1.38. Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 900 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить её. Один пакетик краски стоит 50 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

2.1.39. Для группы иностранных гостей требуется купить 10 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	394	300	Нет
Б	396	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 3500 р.
В	398	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 4000 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

2.1.40. Для группы иностранных гостей требуется купить 20 путеводителей. Нужные путеводители нашлись в трёх интернет-магазинах. Цена путеводителя и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Интернет-магазин	Цена одного путеводителя (руб.)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	366	300	Нет
Б	372	200	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 7000 р.
В	370	250	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 6500 р.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант покупки с доставкой?

2.1.41. В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 30 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	250 руб.	Нет	13
Б	Бесплатно	20 мин. — 400 руб.	17
В	120 руб.	10 мин. — 150 руб.	14

* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

2.1.42. В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 60 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки*	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности минимальной поездки (в руб.)
А	350 руб.	Нет	11
Б	Бесплатно	15 мин. — 300 руб.	19
В	180 руб.	10 мин. — 150 руб.	12

* Если поездка продолжается меньше указанного времени, она оплачивается по стоимости минимальной поездки.

2.1.43. Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 200км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	5	3400
Б	Бензин	6	2200
В	Газ	9	2200

Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 21 рубль за литр, бензина — 25 рублей за литр, газа — 14 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

2.1.44. Клиент хочет арендовать автомобиль на трое суток для поездки протяжённостью 1200 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	8	3300
Б	Бензин	10	3500
В	Газ	16	3200

Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 21 рубль за литр, бензина — 23 рубля за литр, газа — 16 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

2.1.45. В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 15% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 1500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2.1.46. В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 10% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

2.1.47. Флакон шампуня стоит 150 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%?

2.1.48. Флакон шампуня стоит 110 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 35%?

2.1.49. Цена на электрический чайник была повышена на 18% и составила 1652 рубля. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

2.1.50. Цена на электрический чайник была повышена на 19% и составила 2261 рубль. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

2.1.51. Магазин делает пенсионерам скидку на определённое количество процентов от стоимости покупки. Дыня стоит в магазине 50 рублей. Пенсионер заплатил за дыню 46 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

2.1.52. Магазин делает пенсионерам скидку на определённое количество процентов от стоимости покупки. Упаковка сосисок стоит в магазине 120 рублей. Пенсионер заплатил за упаковку сосисок 108 рублей. Сколько процентов составляет скидка для пенсионеров?

2.1.53. Мобильный телефон стоил 3800 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2850 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

2.1.54. Мобильный телефон стоил 7500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 5250 рублей. На сколько процентов была снижена цена?

2.1.55. В таблице даны условия банковского вклада в трёх различных банках. Предполагается, что клиент кладёт на счёт 15 000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	**Обслуживание счёта***	**Процентная ставка (% годовых)****
А	50 руб. в год	2
Б	9 руб. в месяц	2,2
В	Бесплатно	1,8

* В начале года или месяца со счёта снимается указанная сумма в уплату за ведение счёта.
** В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

2.1.56. В таблице даны условия банковского вклада в трёх различных банках. Предполагается, что клиент кладёт на счёт 2000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	**Обслуживание счёта***	**Процентная ставка (% годовых)****
А	60 руб. в год	2,2
Б	9 руб. в месяц	2,4
В	Бесплатно	1,6

* В начале года или месяца со счёта снимается указанная сумма в уплату за ведение счёта.
** В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

2.1.57. Среди 45 000 жителей города 50% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 85% смотрело по телевизору финал Чемпионата мира. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

2.1.58. Среди 35 000 жителей города 30% не интересуется футболом. Среди футбольных болельщиков 90% смотрело по телевизору финал Лиги чемпионов. Сколько жителей города смотрело этот матч по телевизору?

2.1.59. Железнодорожный билет для взрослого стоит 320 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 19 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

2.1.60. Железнодорожный билет для взрослого стоит 580 рублей. Стоимость билета для школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 17 школьников и 3 взрослых. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?

2.1.61. Одна таблетка лекарства весит 20 мг и содержит 14% активного вещества. Ребенку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 0,8 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребенку весом 7 кг в течение суток?

2.1.62. Одна таблетка лекарства весит 30 мг и содержит 6% активного вещества. Ребенку в возрасте до 6 месяцев врач прописывает 1,2 мг активного вещества на каждый килограмм веса в сутки. Сколько таблеток этого лекарства следует дать ребенку весом 6 кг в течение суток?

2.1.63. Рост человека 5 футов 6 дюймов. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.1.64. Рост человека 5 футов 11 дюймов. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.1.65. Диагональ экрана телевизора равна 91 дюйму. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.1.66. Диагональ экрана телевизора равна 22 дюймам. Выразите диагональ экрана в сантиметрах, если в одном дюйме 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.

2.1.67. Система навигации, встроенная в спинку самолётного кресла, информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 39 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

2.1.68. Система навигации, встроенная в спинку самолётного кресла, информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 23 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

2.1.69. Бегун пробежал 350 м за 36 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

2.1.70. Бегун пробежал 450 м за 50 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

2.1.71. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 60 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

2.1.72. Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 124 км в час? (Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.)

2.1.73. Таксист за месяц проехал 5000 км. Стоимость 1 литра бензина 19 рублей. Средний расход бензина на 100 км составляет 9 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

2.1.74. Таксист за месяц проехал 10 000 км. Стоимость 1 литра бензина 19,5 рубля. Средний расход бензина на 100 км составляет 11 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

2.1.75. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции 10 мин.	Автобус в пути: 1 ч 45 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 10 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги 30 мин.	Электричка в пути: 1 ч 25 мин.	От станции до дачи пешком 5 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси 15 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 30 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 25 мин.

2.1.76. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси. В таблице показано время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу? Ответ дайте в часах.

	1	2	3
Автобусом	От дома до автобусной станции 5 мин.	Автобус в пути: 2 ч 5 мин.	От остановки автобуса до дачи пешком 5 мин.
Электричкой	От дома до станции железной дороги 25 мин.	Электричка в пути: 1 ч 50 мин.	От станции до дачи пешком 5 мин.
Маршрутным такси	От дома до остановки маршрутного такси 15 мин.	Маршрутное такси в дороге: 1 ч 35 мин.	От остановки маршрутного такси до дачи пешком 35 мин.

2.1.77. Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку, чтобы облицевать пол квадратной комнаты со стороной 3 м 60 см. Размеры плитки, количество плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице.

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. за пачку)
20 см × 30 см	17	663
20 см × 20 см	25	662
30 см × 40 см	8	628,8

Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

2.1.78. Керамическая плитка одной и той же торговой марки выпускается трёх разных размеров. Плитки упакованы в пачки. Требуется купить плитку, чтобы облицевать пол квадратной комнаты со стороной 2 м 80 см. Размеры плитки, количество плиток в пачке и стоимость пачки приведены в таблице.

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. за пачку)
40 см × 40 см	8	788
20 см × 40 см	15	708
20 см × 20 см	31	713

Во сколько рублей обойдётся самый дешёвый вариант покупки?

2.1.79. Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S, комфорта C, функциональности F, качества Q и дизайна D. Рейтинг R вычисляется по формуле $R = \frac{3S + C + F + 2Q + D}{40}$.

В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	Безопасность	Комфорт	Функциональность	Качество	Дизайн
А	3	2	4	5	1
Б	3	1	4	2	1
В	4	2	4	4	4

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

2.1.80. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01 средней цены P (в рублях), показателей функциональности F, качества Q и дизайна D. Рейтинг R вычисляется по формуле $R = 4(2F + 2Q + D) - 0{,}01P$.

В таблице даны цены и показатели четырёх моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Цена мясорубки (руб. за шт.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	5700	2	4	2
Б	4000	2	2	1
В	4100	4	1	3
Г	5400	4	3	3

Найдите наивысший рейтинг мясорубки из представленных в таблице моделей.

2.1.81. Независимое агентство каждый месяц определяет рейтинг новостных сайтов на основе показателей информативности In, оперативности Op и объективности Tr публикаций. Рейтинг R вычисляется по формуле $R = 25\left(\frac{2In + Op + 3Tr}{6} + 2\right)$.

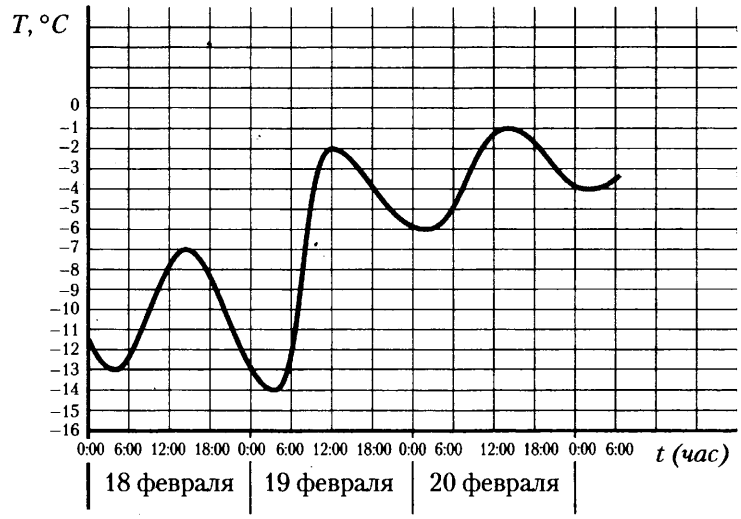
В таблице даны показатели четырёх новостных сайтов.

Сайт	Информативность	Оперативность	Объективность
А	2	−1	0
Б	−2	1	−2
В	−1	−1	−2
Г	1	−2	2

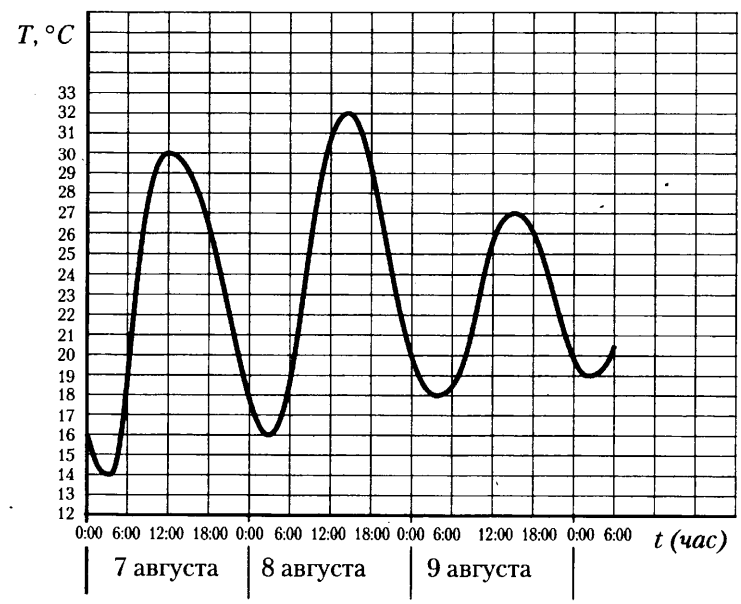
Найдите наивысший рейтинг новостного сайта из представленных в таблице.

2.2. Графики и диаграммы

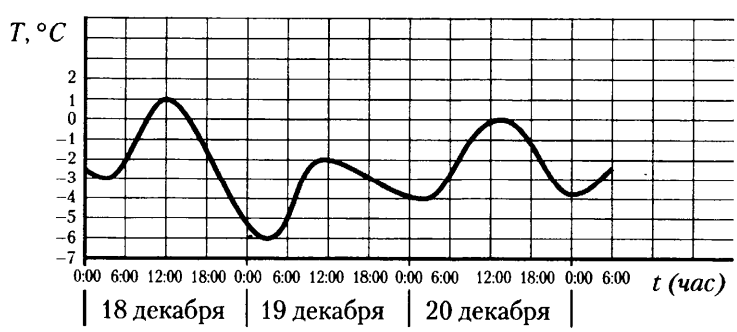
2.2.1. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 18 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



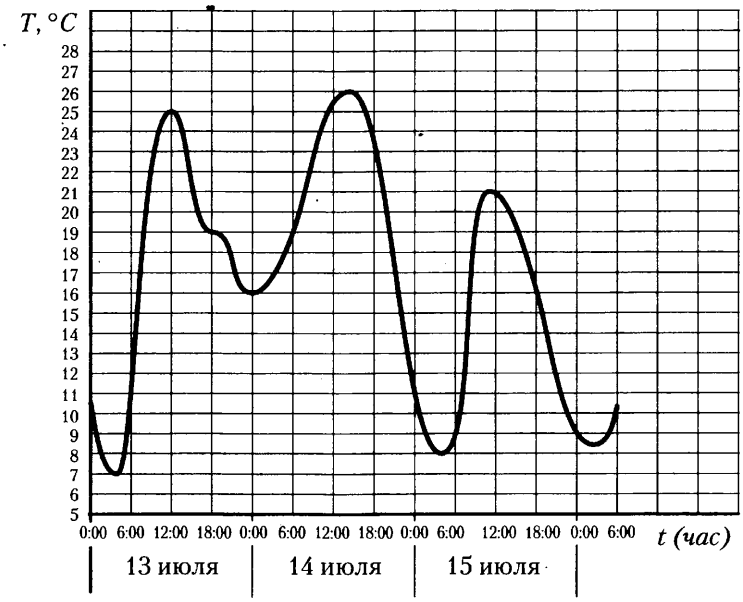
2.2.2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 9 августа. Ответ дайте в градусах Цельсия.



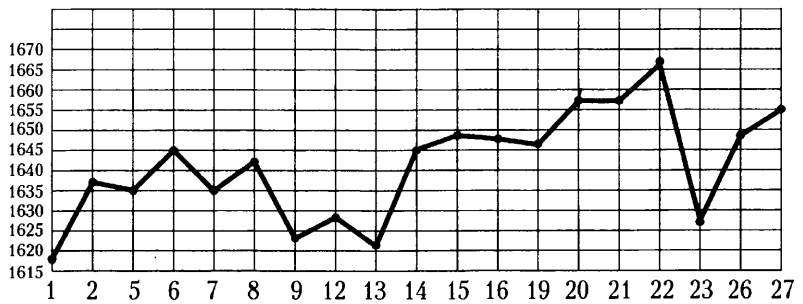
2.2.3. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



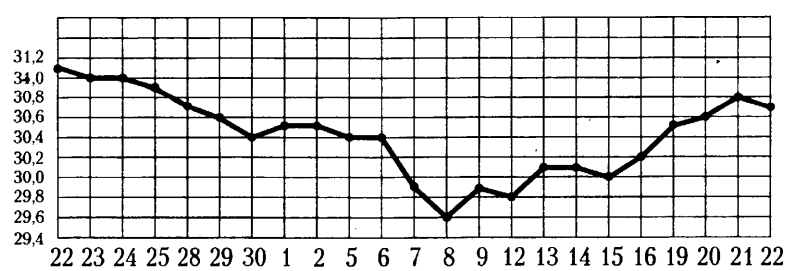
2.2.4. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



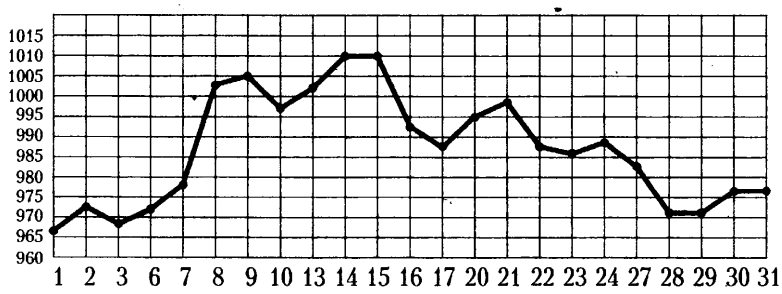
2.2.5. На рисунке жирными точками показана цена платины, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена платины в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена платины впервые была равна 1645 рублям за грамм.



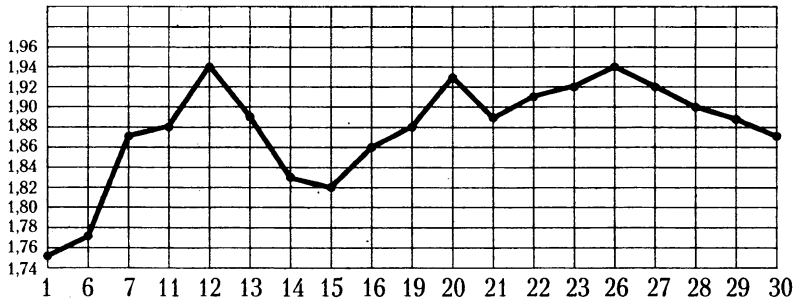
2.2.6. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа курс доллара впервые был равен 30,4 рубля.



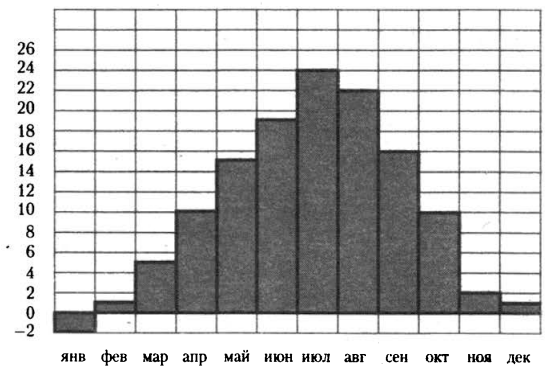
2.2.7. На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену золота в период с 3 по 13 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.



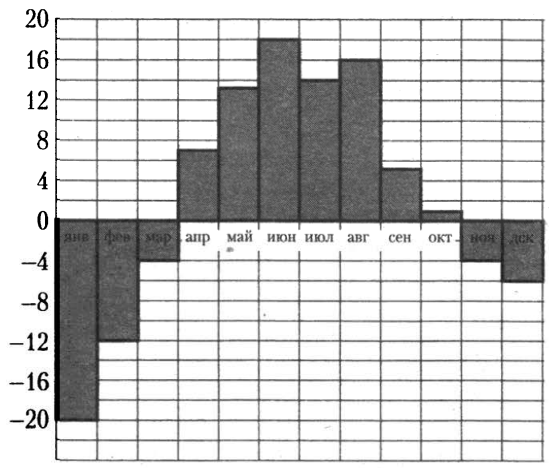
2.2.8. На рисунке жирными точками показан курс австрийского шиллинга, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 30 января 1999 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена шиллинга в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольший курс шиллинга в период с 1 по 20 января. Ответ дайте в рублях.



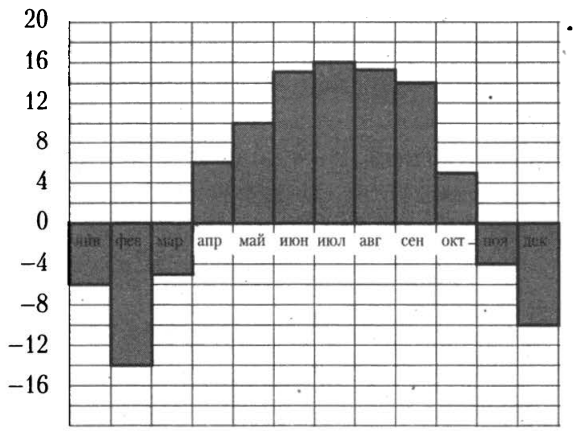
2.2.9. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1988 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



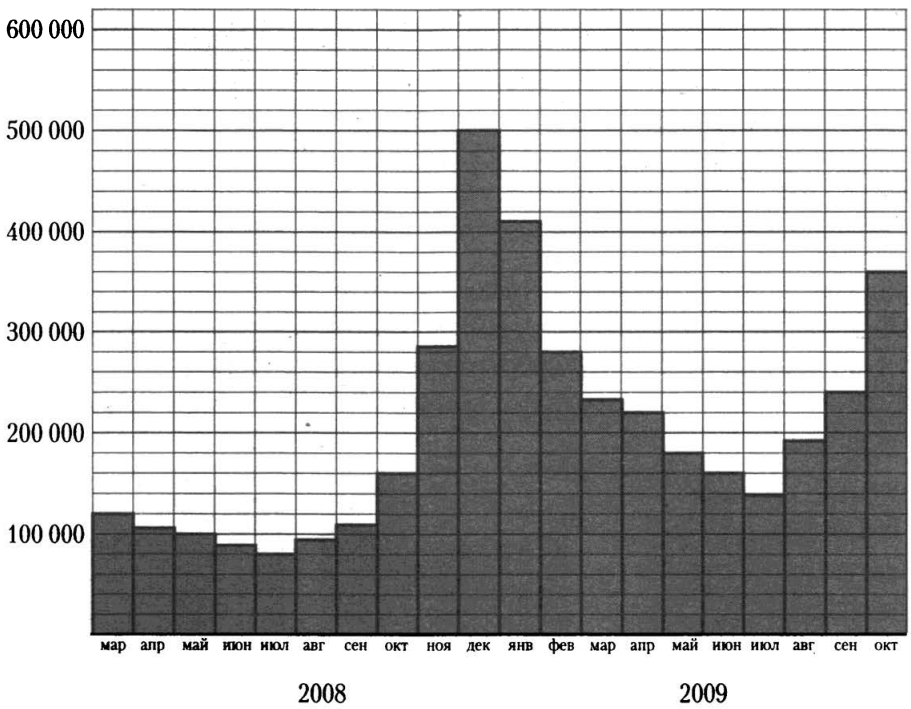
2.2.10. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1973 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



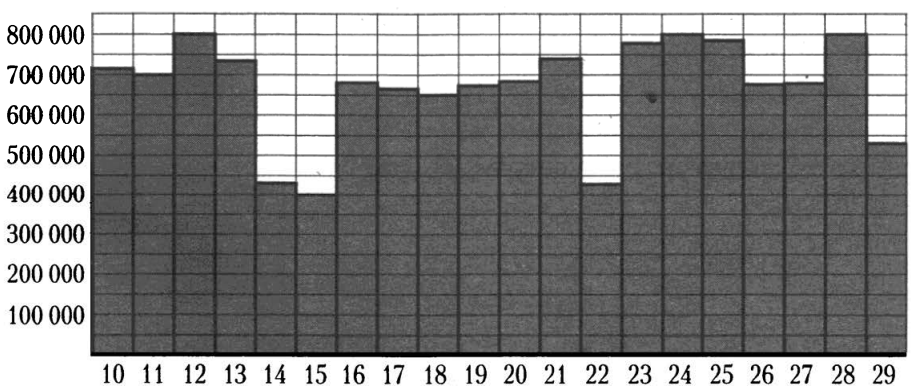
2.2.11. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1994 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



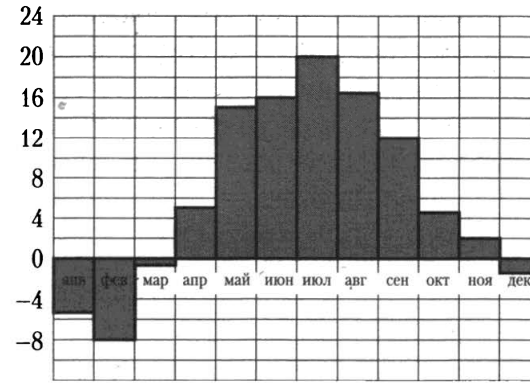
2.2.12. На диаграмме показано количество запросов со словом СНЕГ, сделанных на поисковом сайте Yandex.ru во все месяцы с марта 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество запросов за данный месяц. Определите по диаграмме разность между наибольшим и наименьшим месячными количествами запросов со словом СНЕГ в указанный период.



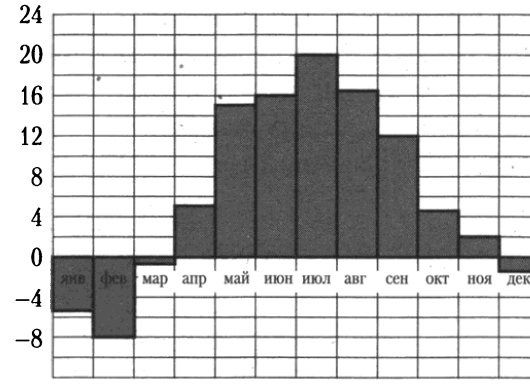
2.2.13. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, каково наибольшее суточное количество посетителей сайта РИА Новости в период с 13 по 27 ноября.



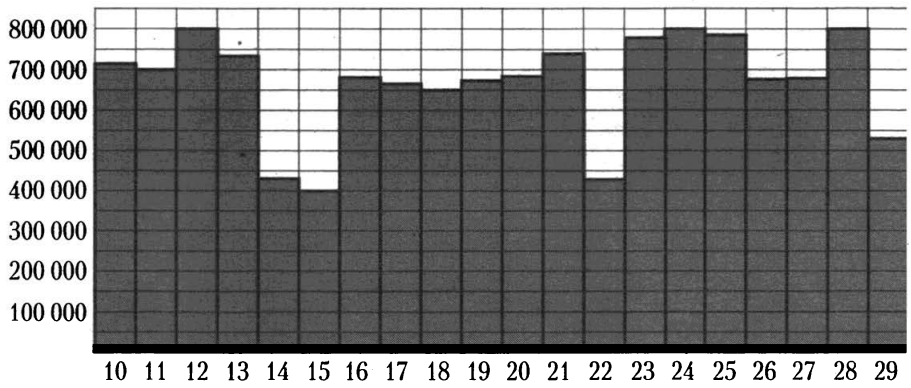
2.2.14. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с сентября по декабрь 2003 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



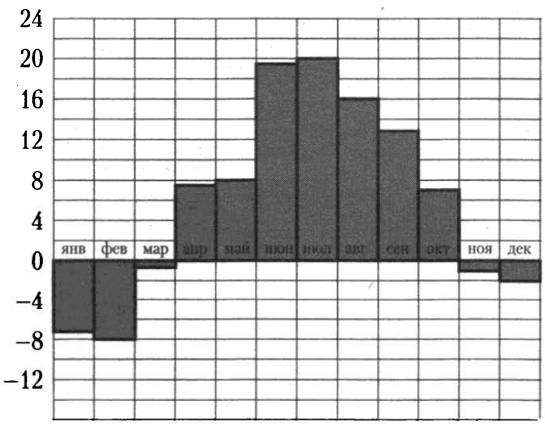
2.2.15. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была положительной в 2003 году.



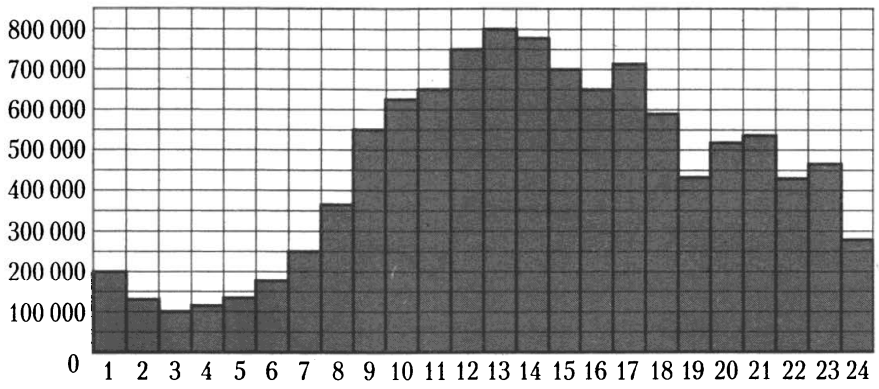
2.2.16. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 1(по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количеств посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, сколько было дней за данный период, когда на сайте РИА Новости было не меньше 700000 посетителей.



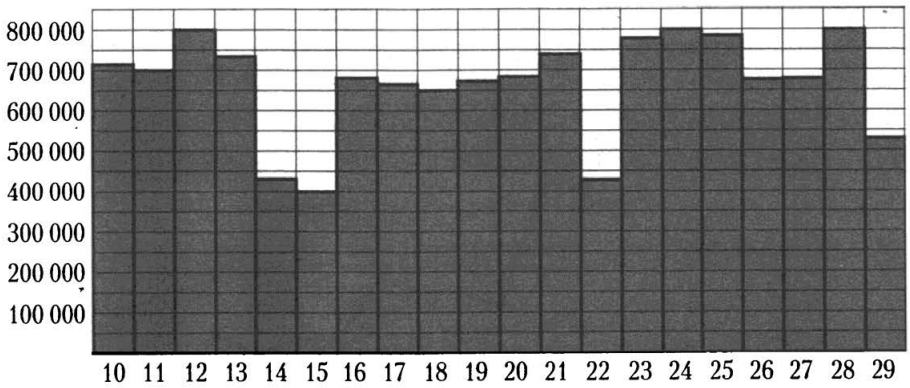
2.2.17. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 10 градусов Цельсия в 1999 году.



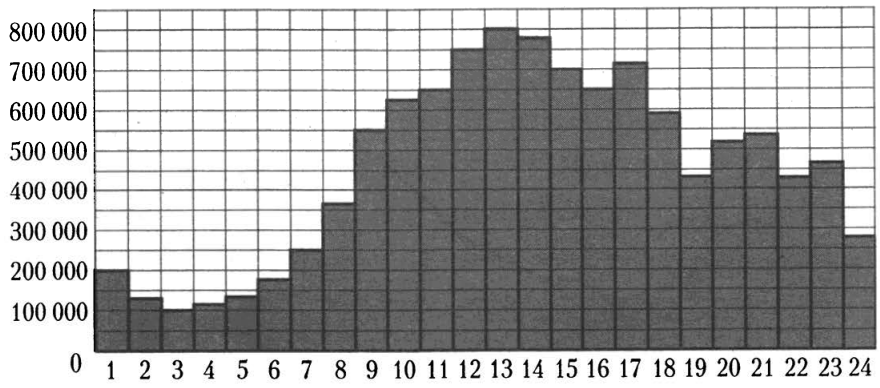
2.2.18. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали — количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, сколько было часов в данный день, когда на сайте РИА Новости было менее 300 000 посетителей.



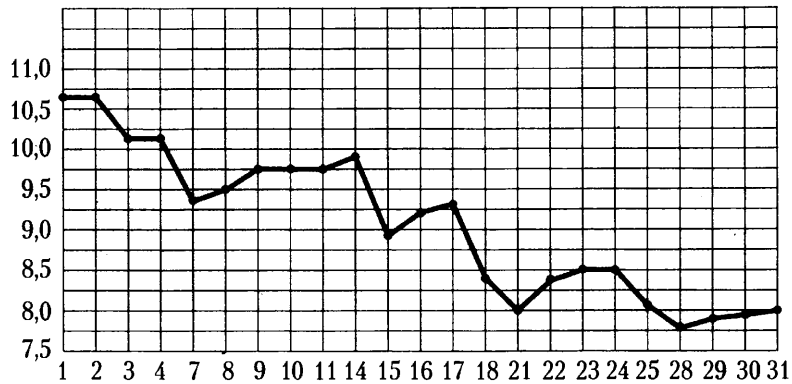
2.2.19. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, какого числа в указанный период количество посетителей сайта РИА Новости впервые приняло наибольшее значение.



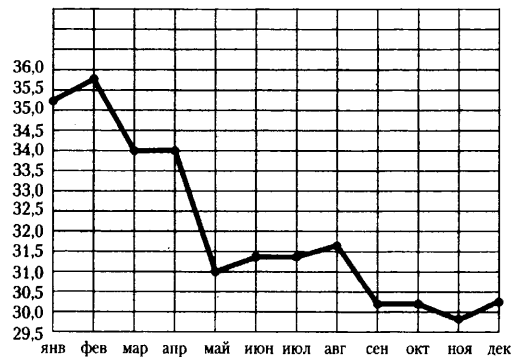
2.2.20. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали — количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, за какой час в данный день на сайте РИА Новости побывало максимальное количество посетителей.



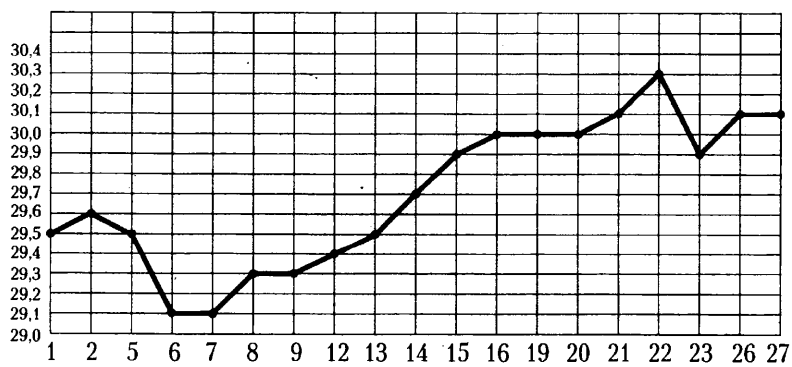
2.2.21. На рисунке жирными точками показана цена серебра, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена серебра в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена серебра была меньше 9 рублей за грамм.



2.2.22. На рисунке жирными точками показан курс доллара, установленный Центробанком РФ, на конец каждого месяца 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько месяцев из данного периода курс доллара был меньше 30,5 рубля.

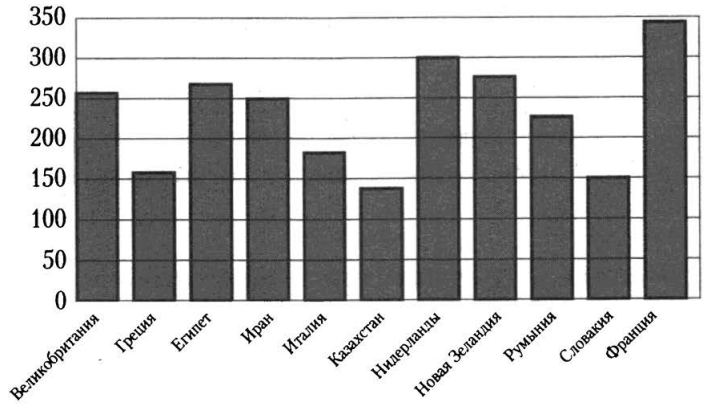


2.2.23. На рисунке жирными точками показан курс австралийского доллара, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 27 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена доллара в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс доллара был ровно 29,5 рубля.

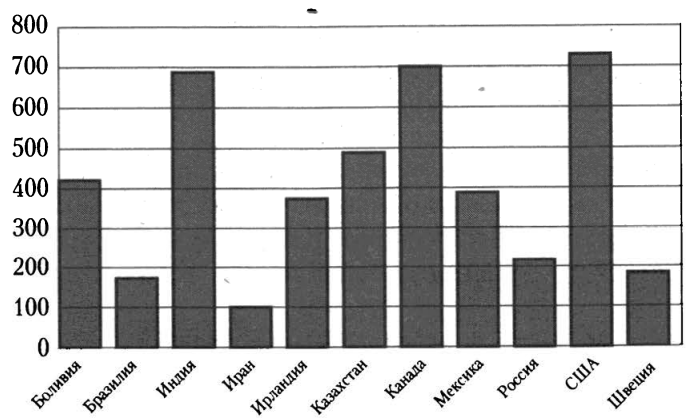


2.2.24. На рисунке жирными точками показана цена палладия, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период цена палладия была ровно 305 рублей за грамм.

2.2.25. На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимала Франция, одиннадцатое место — Казахстан. Какое место занимала Словакия?



2.2.26. На диаграмме показано распределение выплавки цинка в 11 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, одиннадцатое место — Иран. Какое место занимала Боливия?



2.3. Вероятность

2.3.1. В сборнике билетов по химии всего 50 билетов, в 20 из них встречается вопрос по углеводородам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по углеводородам.

2.3.2. В сборнике билетов по физике всего 25 билетов, в 13 из них встречается вопрос по оптике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по оптике.

2.3.3. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 5 прыгунов из Голландии и 7 прыгунов из Венесуэлы. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым будет выступать прыгун из Голландии.

2.3.4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 7 прыгунов из Италии и 10 прыгунов из Канады. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать вторым будет выступать прыгун из Италии.

2.3.5. На семинар приехали 4 учёных из Норвегии, 2 из Испании и 6 из Италии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что одиннадцатым окажется доклад учёного из Италии.

2.3.6. На соревнования по метанию ядра приехали 7 спортсменов из России, 7 из Швеции и 6 из Сербии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что седьмым будет выступать спортсмен из Швеции?

2.3.7. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Сергей и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе.

2.3.8. В параллели 51 учащийся, среди них два друга — Сергей и Вадим. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Вадим окажутся в одной группе.

2.3.9. В среднем из 150 карманных фонариков двадцать четыре неисправны. Найдите вероятность купить работающий фонарик.

2.3.10. В среднем из 300 шариковых ручек 9 не пишут. Найдите вероятность того, что наугад взятая ручка будет писать.

2.3.11. В каждой партии из 500 лампочек в среднем 7 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка из партии будет исправной.

2.3.12. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 140 качественных сумок приходится пятнадцать сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

2.3.13. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 200 качественных сумок приходится шестнадцать сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

2.3.14. Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 шахматистов, среди которых 11 участников из России, в том числе Петр Трофимов. Найдите вероятность того, что в первом туре Петр Трофимов будет играть с каким-либо шахматистом из России?

2.3.15. Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 шашистов, среди которых 13 участников из России, в том числе Андрей Фомин. Найдите вероятность того, что в первом туре Андрей Фомин будет играть с каким-либо шашистом из России?

2.3.16. В группе туристов 10 человек. С помощью жребия они выбирают пятерых человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

2.3.17. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

2.3.18. На борту самолёта 19 кресел расположены рядом с запасными выходами и 13 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир Л. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Л. достанется удобное место, если всего в самолёте 400 мест.

2.3.19. На борту самолёта 22 кресла расположены рядом с запасными выходами и 11 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир А. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру А. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

2.3.20. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет оба раза.

2.3.21. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

2.3.22. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Витязь» по очереди играет с командами «Атлант» и «Титан». Найдите вероятность того, что команда «Витязь» не выиграет право первой владеть мячом ни в одном матче.

2.3.23. Перед началом волейбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Байкал» по очереди играет с командами «Амур», «Енисей», «Вилюй» и «Иртыш». Найдите вероятность того, что ровно в двух матчах право первой владеть мячом выиграет команда «Байкал».

2.3.24. Найдите вероятность того, что при броске игрального кубика выпадет нечётное число.

2.3.25. Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков на обоих выпадет число не большее 3.

2.3.26. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых.

2.3.27. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

2.3.28. Аня и Яна играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Ничья, если очков поровну. Аня выкинула 3 очка. Затем кубик бросает Яна. Найдите вероятность того, что Яна выиграет.

2.3.29. Лена и Саша играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Ничья, если очков поровну. Лена выкинула 4 очка. Затем кубик бросает Саша. Найдите вероятность того, что Саша проиграет.

2.3.30. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

2.3.31. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

2.3.32. Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,9. Он стреляет пять раз. Найдите вероятность того, что он попадёт в мишень все пять раз.

2.3.33. Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,7. Он стреляет пять раз. Найдите вероятность того, что он не попадёт в мишень ни одного раза.

2.3.34. Биатлонист попадает в мишень с вероятностью 0,8. Он стреляет пять раз. Найдите вероятность того, что он попадёт в мишень ровно один раз.

2.3.35. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 35 до 46 делится на 5?

2.3.36. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 82 до 96 делится на 6?

2.3.37. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

2.3.38. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

2.3.39. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,64. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 17.

2.3.40. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 16 пассажиров, равна 0,89. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,46. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 15.

2.3.41. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся У. верно решит больше 9 задач, равна 0,61. Вероятность того, что У. верно решит больше 8 задач, равна 0,73. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 9 задач.

2.3.42. Вероятность того, что на тесте по физике учащийся У. верно решит больше 11 задач, равна 0,66. Вероятность того, что У. верно решит больше 10 задач, равна 0,71. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 11 задач.

2.3.43. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 5% бракованных стекол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

2.3.44. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 60% этих стёкол, вторая — 40%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стёкол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

2.3.45. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,1. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

2.3.46. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,03 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

2.3.47. В аэропорте два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

2.3.48. В аэропорте два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

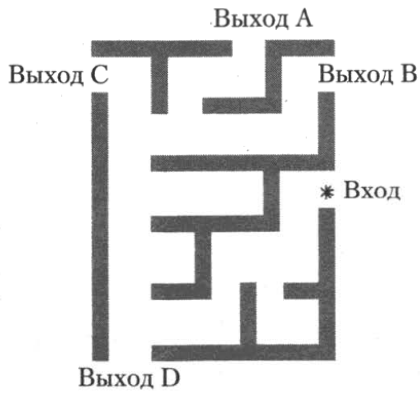
2.3.49. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

2.3.50. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

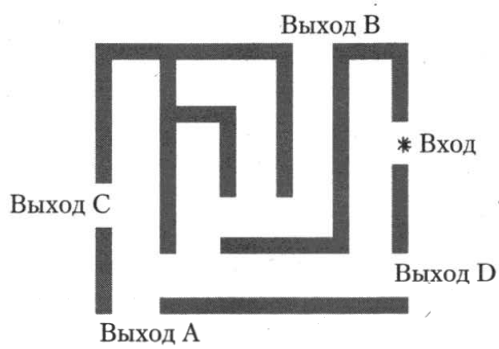
2.3.51. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,03. Известно, что 43% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

2.3.52. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называетсяположительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 65% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

2.3.53. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу *D*.



2.3.54. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу A.



2.3.55. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 6, но не дойдя до отметки 9.

2.3.56. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 2.

3. ГЕОМЕТРИЯ

3.1. Длины

3.1.1. Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу.

3.1.2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 15. Один из его катетов равен 9. Найдите другой катет.

3.1.3. Периметр параллелограмма равен 56. Одна сторона параллелограмма на 3 больше другой. Найдите меньшую сторону параллелограмма.

3.1.4. Две стороны параллелограмма относятся как 3:4, а периметр его равен 70. Найдите большую сторону параллелограмма.

3.1.5. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 1:3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 60.

3.1.6. Найдите диагональ прямоугольника, две стороны которого равны 5 и 12.

3.1.7. Найдите диагональ прямоугольника, две стороны которого равны 6 и 8.

3.1.8. Средняя линия трапеции равна 35, а меньшее основание равно 27. Найдите большее основание трапеции.

3.1.9. Средняя линия трапеции равна 29, а одно из её оснований больше другого на 14. Найдите большее основание трапеции.

3.1.10. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

3.1.11. Основания трапеции равны 12 и 37. Найдите меньший из отрезков, на которые делит среднюю линию трапеции одна из её диагоналей.

3.1.12. Периметр трапеции равен 40, а сумма непараллельных сторон равна 20. Найдите среднюю линию трапеции.

3.1.13. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 10. Найдите её среднюю линию.

3.1.14. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 22 и 15. Найдите среднюю линию этой трапеции.

3.1.15. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 17 и 126. Найдите среднюю линию этой трапеции.

3.1.16. Основания трапеции равны 10 и 24. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

3.1.17. Основания трапеции равны 13 и 47. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

3.1.18. Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 8, отсекает треугольник, периметр которого равен 17. Найдите периметр трапеции.

3.1.19. Прямая, проведённая параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 5, отсекает треугольник, периметр которого равен 24. Найдите периметр трапеции.

3.1.20. Диагонали четырёхугольника равны 7 и 25. Найдите периметр четырёхугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырёхугольника.

3.1.21. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 30. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

3.1.22. Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 47. Найдите гипотенузу этого треугольника.

3.1.23. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 8$, $BC = 15$. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.

3.1.24. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $BC = 2\sqrt{15}$. Радиус описанной окружности этого треугольника равен 8. Найдите AC.

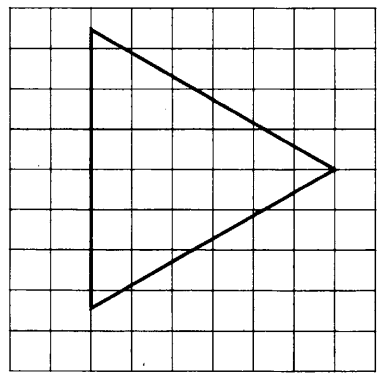
3.1.25. В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 5$, $CD = 15$. Найдите периметр четырёхугольника.

3.1.26. Периметр четырёхугольника, описанного около окружности, равен 74, две его стороны равны 21 и 25. Найдите большую из оставшихся сторон.

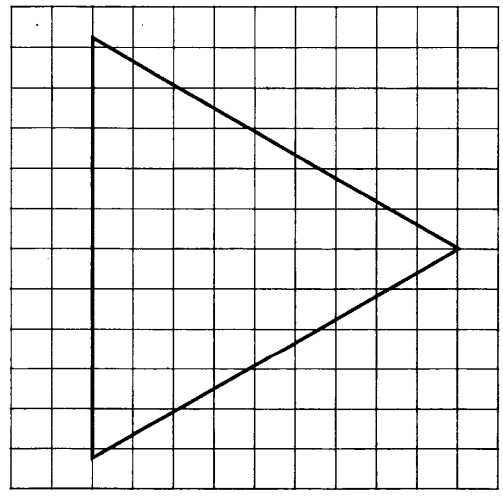
3.1.27. В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $BC = 6$ и $CD = 16$. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

3.1.28. В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 23$, $BC = 27$, $CD = 15$. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

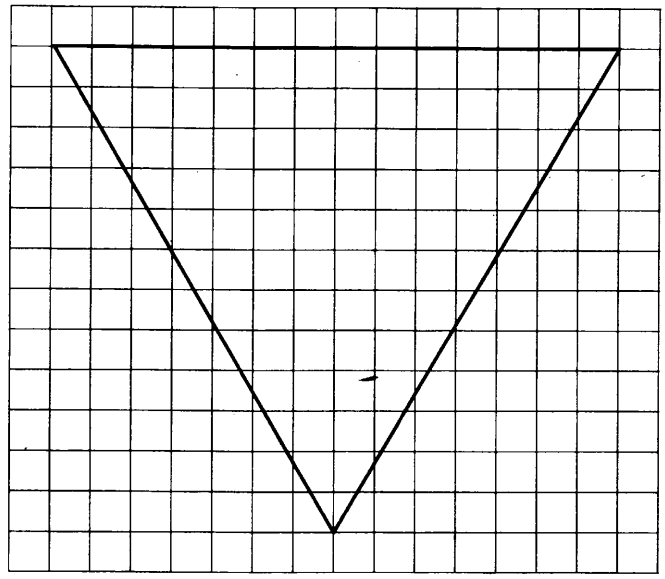
3.1.29. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



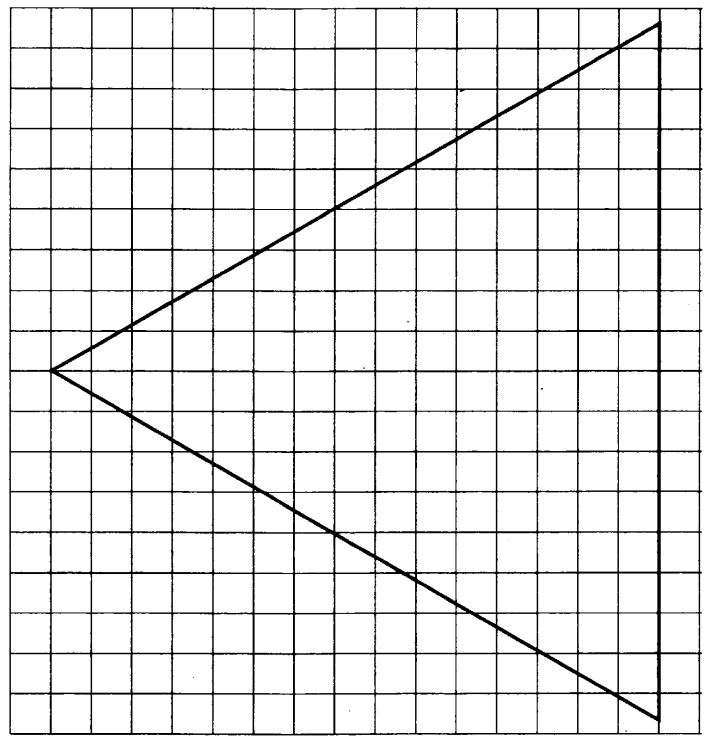
3.1.30. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



3.1.31. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



3.1.32. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



3.1.33. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 100, её большая боковая сторона равна 30. Найдите радиус окружности.

3.1.34. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 100, её большая боковая сторона равна 31. Найдите радиус окружности.

3.1.35. Основания равнобедренной трапеции равны 24 и 10. Радиус описанной окружности равен 13. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.

3.1.36. Основания равнобедренной трапеции равны 16 и 12. Радиус описанной окружности равен 10. Центр окружности лежит внутри трапеции. Найдите высоту трапеции.

3.2. Углы

3.2.1. Один острый угол прямоугольного треугольника на 86° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.2. Один острый угол прямоугольного треугольника на 56° больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.3. В треугольнике ABC угол A равен 77°, $AC = BC$. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

3.2.4. В треугольнике ABC угол C равен 66°, $AC = BC$. Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.

3.2.5. В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 74°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

3.2.6. В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 128°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

3.2.7. Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 12°. Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.8. Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 250°. Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.9. Один острый угол прямоугольного треугольника в 5 раз больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.10. Один острый угол прямоугольного треугольника в 4 раза больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.11. Один угол равнобедренного треугольника на 99° больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.12. Один из внешних углов треугольника равен 49°. Углы, не смежные с данным внешним углом, относятся как 1:6. Найдите наибольший из них. Ответ дайте в градусах.

3.2.13. В треугольнике ABC угол C равен 65°, AD — биссектриса, угол CAD равен 35°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

3.2.14. В треугольнике ABC угол C равен 63°, AD — биссектриса, угол CAD равен 31°. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

3.2.15. В треугольнике ABC $AC = BC$, AD — высота, угол BAD равен 28°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

3.2.16. В треугольнике ABC $AB = BC$, AD — высота, угол BAD равен 29°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

3.2.17. В треугольнике ABC CD — медиана, угол ACB равен 90°, угол B равен 22°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

3.2.18. В треугольнике ABC CD — медиана, угол ACB равен 90°, угол B равен 54°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

3.2.19. Острые углы прямоугольного треугольника равны 58° и 32°. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

3.2.20. Острые углы прямоугольного треугольника равны 86° и 4°. Найдите угол между высотой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

3.2.21. Острые углы прямоугольного треугольника равны 46° и 44°. Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

3.2.22. Два угла треугольника равны 43° и 80°. Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

3.2.23. В треугольнике ABC угол C равен 6°, AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

3.2.24. Найдите тупой угол параллелограмма, если его острый угол равен 29°. Ответ дайте в градусах.

3.2.25. Сумма двух углов параллелограмма равна 10°. Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

3.2.26. Сумма двух углов параллелограмма равна 126°. Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градумах.

3.2.27. Один угол параллелограмма больше другого на 28°. Найдите больший угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.28. Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противолежащих углов равна 68°. Ответ дайте в градусах.

3.2.29. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{4}$ окружности. Ответ дайте в градусах.

3.2.30. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет $\frac{1}{6}$ окружности. Ответ дайте в градусах.

3.2.31. Дуга окружности AC, не содержащая точки B, составляет 125°. А дуга окружности BC, не содержащая точки A, составляет 79°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

3.2.32. Центральный угол на 48° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

3.2.33. Найдите центральный угол AOB, если он на 62° больше вписанного угла ACB, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

3.2.34. AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 32°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

3.2.35. AC и BD — диаметры окружности с центром O. Центральный угол AOD равен 84°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

3.2.36. Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 116°. Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

3.2.37. Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 117° и 153°. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

3.2.38. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 44°, угол CAD равен 36°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

3.2.39. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 28°, угол CAD равен 44°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

3.2.40. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 92°, угол ABD равен 54°. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

3.2.41. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 52°, угол ABD равен 34°. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

3.2.42. Хорда AB стягивает дугу окружности в 120°. Найдите угол между этой хордой и касательной к окружности, проведённой через точку B. Ответ дайте в градусах.

3.2.43. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 87°. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB. Ответ дайте в градусах.

3.2.44. Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности в точке A, O — центр окружности, отрезок OC пересекает окружность в точке B, а меньшая дуга окружности AB, заключённая внутри этого угла, равна 58°. Ответ дайте в градусах.

3.2.45. Угол ACO равен 20°. Его сторона CA касается в точке A окружности с центром O. Прямая CO пересекает окружность в точках B и D, точка B лежит между C и O. Найдите градусную величину дуги AD окружности, заключённой внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

3.2.46. Точки A и B лежат на окружности. Точка C лежит вне неё, причём отрезок AC пересекает окружность в точке D, а отрезок BC — в точке E. Найдите угол ACB, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118° и 38°. Ответ дайте в градусах.

3.2.47. Точки A и B лежат на окружности. Точка C лежит вне неё, причём отрезок AC пересекает окружность в точке D, а отрезок BC — в точке E. Угол ACB равен 48°. Градусная величина дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна 162°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.

3.2.48. Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC. Угол CAB равен 28°. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

3.2.49. Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC. Угол CAB равен 53°. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.

3.3. Тригонометрия

3.3.1. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{3\sqrt{11}}{10}$. Найдите $\cos A$.

3.3.2. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите $\cos A$.

3.3.3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = \frac{2}{\sqrt{13}}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

3.3.4. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{12}{13}$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

3.3.5. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{7}}{3}$. Найдите $\cos A$.

3.3.6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = 0{,}8$. Найдите $\sin B$.

3.3.7. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = 0{,}28$. Найдите $\sin B$.

3.3.8. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите $\cos B$.

3.3.9. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{5}{\sqrt{41}}$. Найдите $\operatorname{tg} B$.

3.3.10. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Найдите $\cos B$.

3.3.11. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 4$, $\sin A = 0{,}75$. Найдите BC.

3.3.12. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 9$, $\sin A = 0{,}3$. Найдите BC.

3.3.13. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $BC = 2$, $\operatorname{tg} A = 0{,}5$. Найдите AC.

3.3.14. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $BC = 8$, $\operatorname{tg} A = 1{,}6$. Найдите AC.

3.3.15. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 5$, $\cos B = \frac{3}{5}$. Найдите AC.

3.3.16. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 10$, $\cos B = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите AC.

3.3.17. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = 0{,}6$, $AC = 12$. Найдите AB.

3.3.18. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 8$, $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AB.

3.3.19. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 10$, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{21}}{2}$. Найдите AC.

3.3.20. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 20$, $\operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$. Найдите BC.

3.3.21. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 20$, $BC = 14$. Найдите $\operatorname{tg} A$.

3.3.22. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = \sqrt{51}$, $BC = 7$. Найдите $\sin A$.

3.3.23. В треугольнике ABC $AC = BC = 10$, $\cos A = 0{,}4$. Найдите AB.

3.3.24. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 4$, $\cos A = 0{,}1$. Найдите AC.

3.3.25. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 15$, $\sin A = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите AC.

3.3.26. В треугольнике ABC $AC = BC = 10$, $\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$. Найдите AB.

3.3.27. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = 0{,}7$. Найдите синус внешнего угла при вершине A.

3.3.28. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = 0{,}55$. Найдите синус внешнего угла при вершине A.

3.3.29. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = 0{,}4$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.

3.3.30. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = 0{,}37$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.

3.3.31. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\operatorname{tg} A = 3$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине A.

3.3.32. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\operatorname{tg} A = 8$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине A.

3.3.33. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\operatorname{tg} A = \frac{2}{5}$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине B.

3.3.34. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos B = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.

3.3.35. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите синус внешнего угла при вершине B.

3.3.36. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AB = 4$, $BC = 2$. Найдите синус внешнего угла при вершине A.

3.3.37. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 120$, $BC = 35$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A.

3.3.38. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AB = 12$, $\cos A = \frac{1}{2}$. Найдите AH.

3.3.39. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AB = 25$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AH.

3.3.40. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $AB = 26$, $\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$. Найдите AH.

3.3.41. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $BC = 14$, $\sin A = \frac{4}{7}$. Найдите AH.

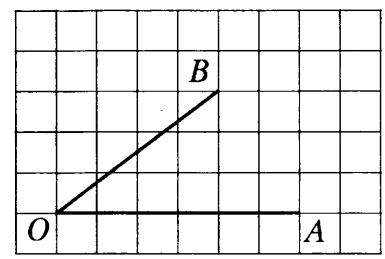
3.3.42. В параллелограмме $ABCD$ $\sin C = \frac{1}{3}$, $AD = 6$. Найдите высоту, опущенную на сторону AB.

3.3.43. В параллелограмме $ABCD$ высота, опущенная на сторону AB, равна 9, $\sin A = \frac{3}{4}$. Найдите AD.

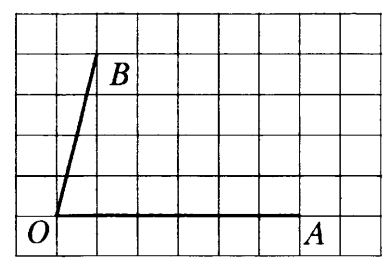
3.3.44. Основания равнобедренной трапеции равны 12 и 52. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.

3.3.45. Основания равнобедренной трапеции равны 27 и 43. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{8}{9}$. Найдите боковую сторону.

3.3.46. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



3.3.47. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



3.4. Площади

3.4.1. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 14 и 8.

3.4.2. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 6 и 12.

3.4.3. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30°. Боковая сторона треугольника равна 22. Найдите площадь этого треугольника.

3.4.4. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150°. Боковая сторона треугольника равна 40. Найдите площадь этого треугольника.

3.4.5. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 12 и 4, а угол между ними равен 30°.

3.4.6. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 15 и 8, а угол между ними равен 150°.

3.4.7. Площадь треугольника ABC равна 100. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

3.4.8. Площадь треугольника ABC равна 256. DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

3.4.9. Площадь треугольника ABC равна 35, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

3.4.10. Площадь треугольника ABC равна 170, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь трапеции $ABED$.

3.4.11. Периметр треугольника равен 24, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.

3.4.12. Периметр треугольника равен 78, а радиус вписанной окружности равен 6. Найдите площадь этого треугольника.

3.4.13. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 24 и 25.

3.4.14. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 20, а основание равно 24. Найдите площадь этого треугольника.

3.4.15. В треугольнике со сторонами 3 и 6 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой их этих сторон, равна 2. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

3.4.16. В треугольнике со сторонами 8 и 2 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведённая к первой их этих сторон, равна 1. Чему равна высота, проведённая ко второй стороне?

3.4.17. Стороны параллелограмма равны 10 и 70. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 42. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

3.4.18. Стороны параллелограмма равны 2 и 4. Высота, опущенная на первую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

3.4.19. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 12 и 6.

3.4.20. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 5 и 18.

3.4.21. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 32, а один из углов равен 150°.

3.4.22. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 23, а один из углов равен 30°.

3.4.23. Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 18 и 11, а угол между ними равен 30°.

3.4.24. Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 7 и 17, а угол между ними равен 150°.

3.4.25. Основания трапеции равны 24 и 18, высота — 4. Найдите площадь трапеции.

3.4.26. Основания трапеции равны 5 и 22, высота — 2. Найдите площадь трапеции.

3.4.27. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 5 и 2. Найдите площадь трапеции.

3.4.28. Средняя линия и высота трапеции равны соответственно 6 и 13. Найдите площадь трапеции.

3.4.29. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 13.

3.4.30. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44, и одна сторона на 2 больше другой.

3.4.31. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 40, а отношение соседних сторон равно 3:7.

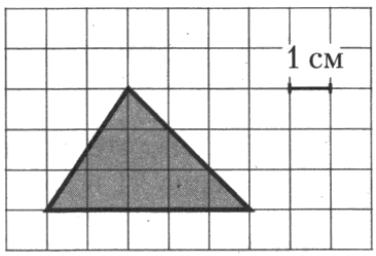
3.4.32. Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 10 и 20, большая боковая сторона составляет с основанием угол 45°.

3.4.33. Найдите площадь круга, длина окружности которого равна $\sqrt{\pi}$.

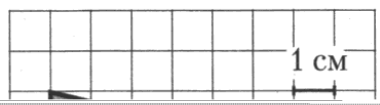
3.4.34. Найдите площадь сектора круга радиуса $\frac{20}{\sqrt{\pi}}$, центральный угол которого равен 90°.

3.4.35. Найдите площадь сектора круга радиуса 4, длина дуги которого равна 1.

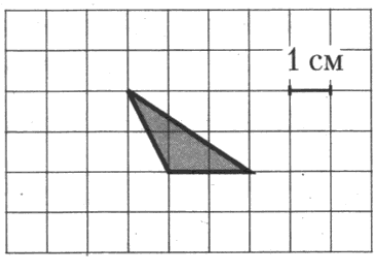
3.4.36. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



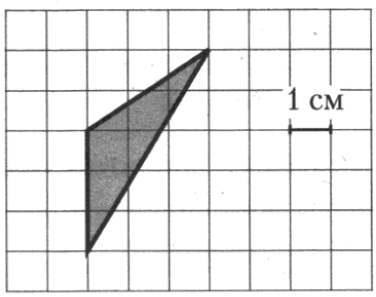
3.4.37. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



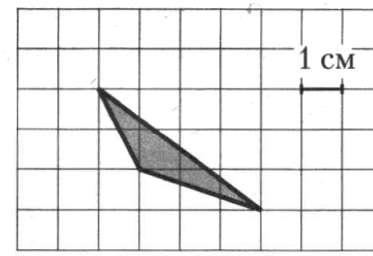
3.4.38. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



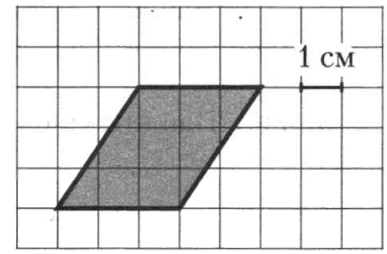
3.4.39. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



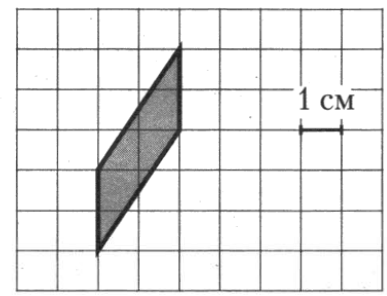
3.4.41. Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



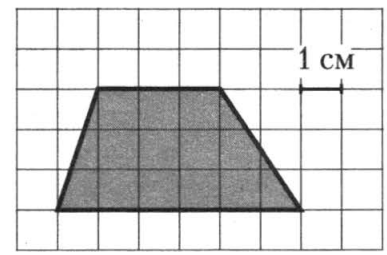
3.4.42. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



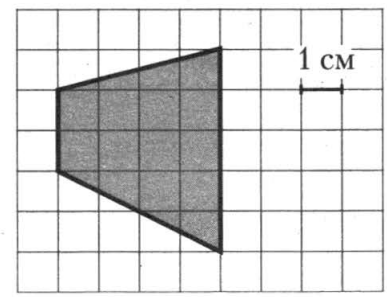
3.4.43. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



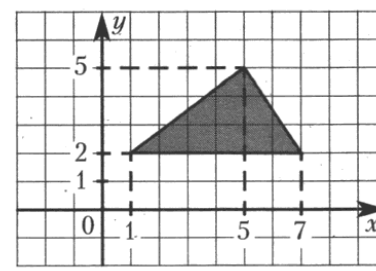
3.4.44. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



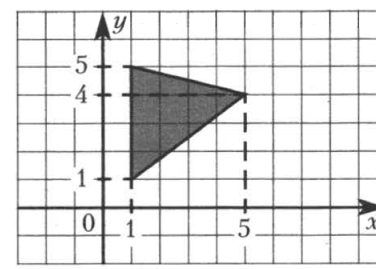
3.4.45. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



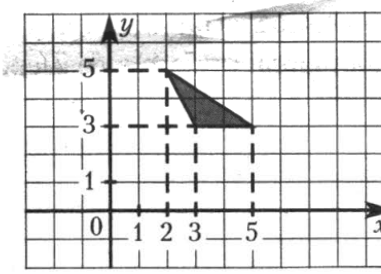
3.4.46. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1; 2), (7; 2), (5; 5).



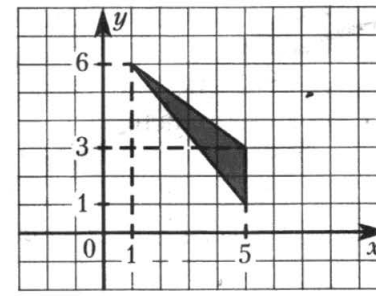
3.4.47. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1; 1), (5; 4), (1; 5).



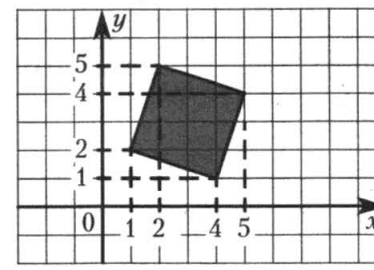
3.4.48. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (3; 3), (5; 3), (2; 5).



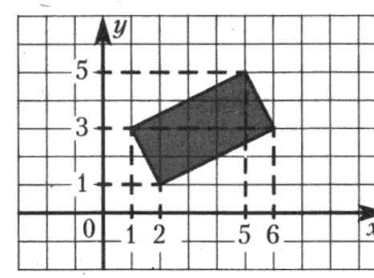
3.4.49. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (5; 1), (5; 3), (1; 6).



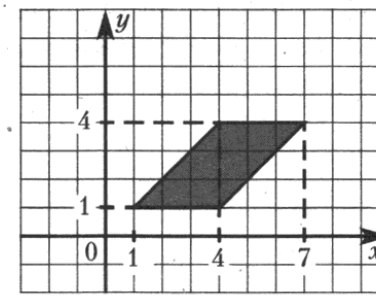
3.4.50. Найдите площадь квадрата, вершины которого имеют координаты (4; 1), (5; 4), (2; 5), (1; 2).



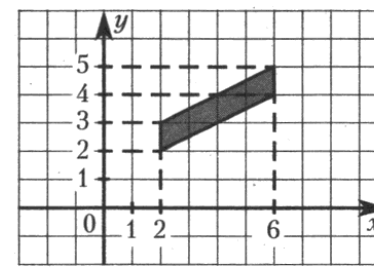
3.4.51. Найдите площадь прямоугольника, вершины которого имеют координаты (2; 1), (6; 3), (5; 5), (1; 3).



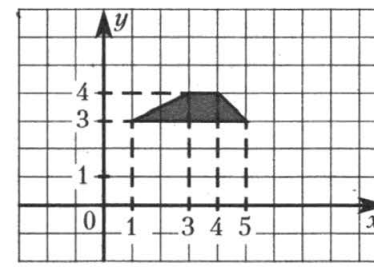
3.4.52. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (1; 1), (4; 1), (7; 4), (4; 4).



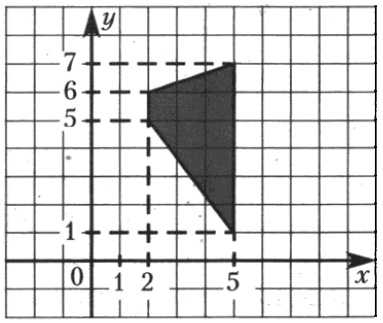
3.4.53. Найдите площадь параллелограмма, вершины которого имеют координаты (6; 4), (6; 5), (2; 3), (2; 2).



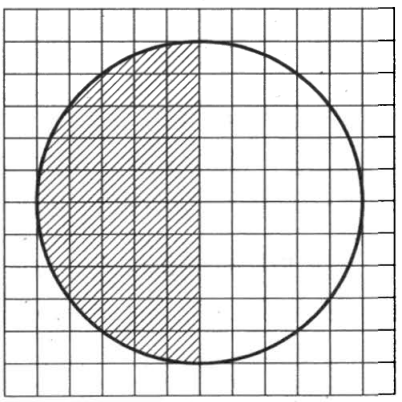
3.4.54. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 3), (5; 3), (4; 4), (3; 4).



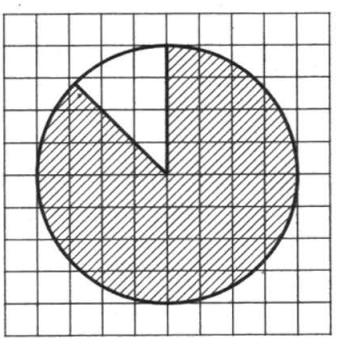
3.4.55. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (5; 1), (5; 7), (2; 6), (2; 5).



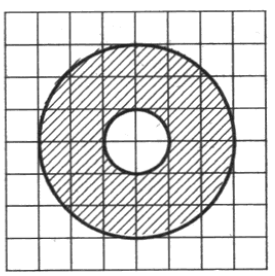
3.4.56. На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 76. Найдите площадь заштрихованного сектора.



3.4.57. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 14?



3.4.58. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 33. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



4.2.25. Найдите значение производной функции $f(x) = (3x + 1)^2 - 3$ в точке $x_0 = \frac{2}{3}$.

4.2.26. Найдите значение производной функции $f(x) = (x - 1)^3 + 5$ в точке $x_0 = -2$.

4.2.27. Найдите значение производной функции $f(x) = \left(\frac{1}{3}x + 2\right)^3 + 12x$ в точке $x_0 = -3$.

4.2.28. Найдите значение производной функции $f(x) = (2x + 5)(-3x + 1) + 4$ в точке $x_0 = 2$

4.2.29. Найдите значение производной функции $f(x) = (x^2 - 3)(2x + 1) - 144$ в точке $x_0 = -1$

4.2.30. Найдите значение производной функции $f(x) = x\sqrt{x} + 4$ в точке $x_0 = 9$.

4.2.31. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{1}{x}(x - 3) - 14{,}5$ в точке $x_0 = 1$.

4.2.32. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{1}{x}(2x^2 + 4x - 1) + 2{,}55$ в точке $x_0 = 2$

4.2.33. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ в точке $x_0 = -2{,}5$.

4.2.34. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 2}$ в точке $x_0 = -1{,}5$.

4.2.35. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x - 1}$ в точке $x_0 = -2{,}5$.

4.2.36. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x + 2}$ в точке $x_0 = -7$.

4.2.37. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{2x^2 - 18}{x - 3}$ в точке $x_0 = -13$.

4.2.38. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ в точке $x_0 = 3$.

4.2.39. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 9}{x + 2}$ в точке $x_0 = -2{,}5$.

4.2.40. Найдите значение производной функции $f(x) = 9 \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ в точке $x_0 = 0{,}25$.

4.2.41. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x} + 2}$ в точке $x_0 = 0{,}25$.

4.2.42. Найдите значение производной функции $f(x) = \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$.

4.2.43. Найдите значение производной функции $f(x) = \cos x - 2x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

4.2.44. Найдите значение производной функции $f(x) = \operatorname{tg} x + \pi$ в точке $x_0 = \frac{3\pi}{4}$.

4.2.45. Найдите значение производной функции $f(x) = \operatorname{ctg} x + 3x + 8$ в точке $x_0 = -\frac{\pi}{6}$.

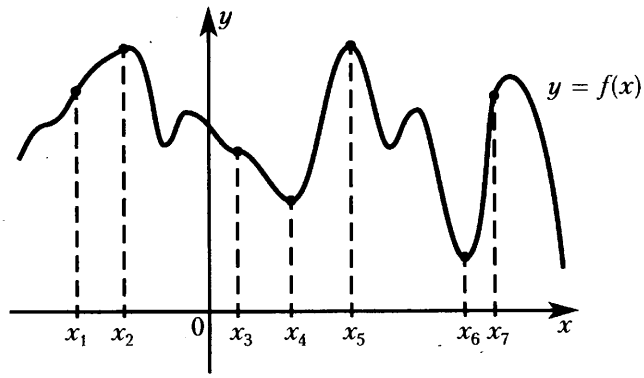
4.2.46. Найдите значение производной функции $f(x) = \sin 3x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

4.2.47. Найдите значение производной функции $f(x) = 2\cos\frac{x}{2} - 1$ в точке $x_0 = \pi$.

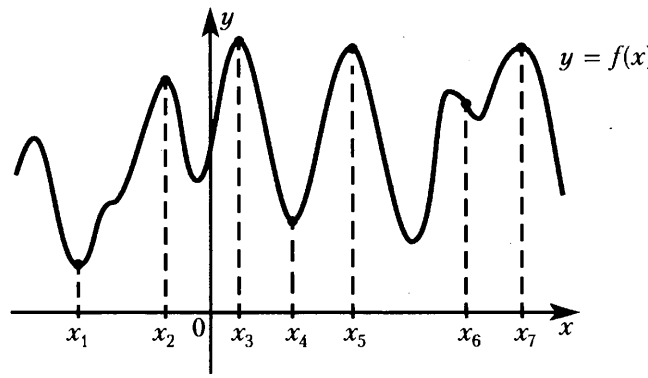
4.2.48. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{\operatorname{tg} 2x}{2} + 5$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

4.3. Исследование функций

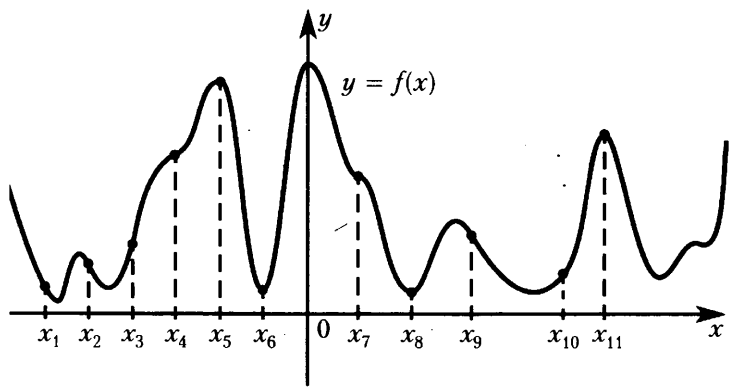
4.3.1. На рисунке изображён график функции $f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



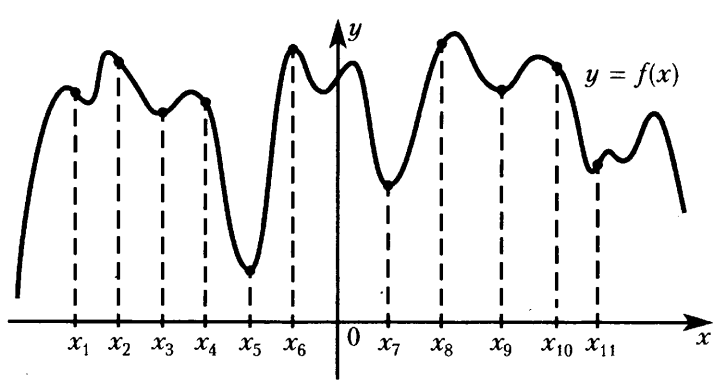
4.3.2. На рисунке изображён график функции $f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_7. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



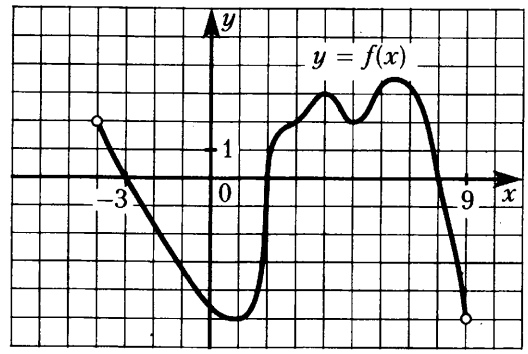
4.3.3. На рисунке изображён график функции $f(x)$ и одиннадцать точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{11}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



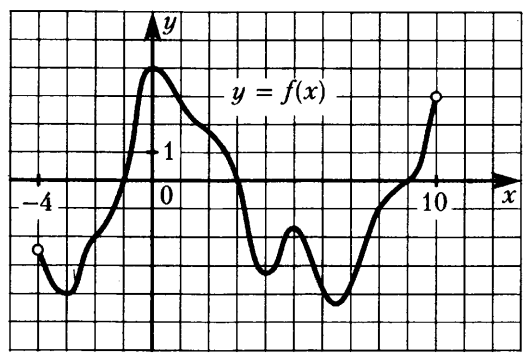
4.3.4. На рисунке изображён график функции $f(x)$ и одиннадцать точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_{11}. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



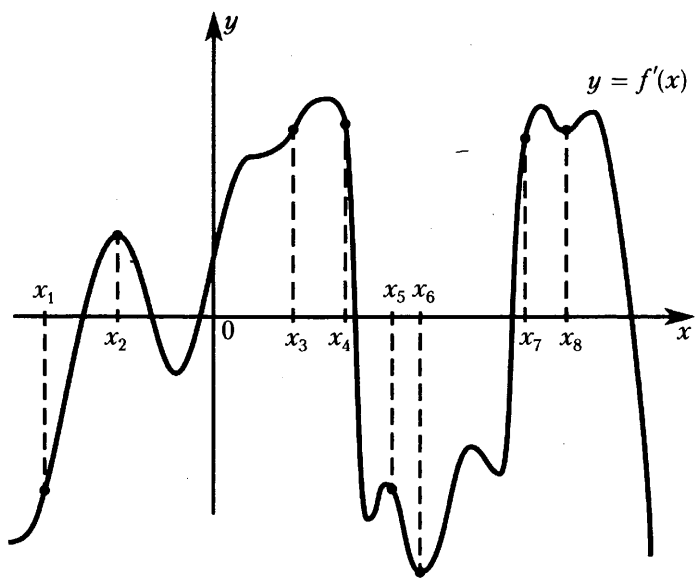
4.3.5. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 9)$. Определите количество целых точек (координата — целое число), в которых производная функции $f(x)$ положительна.



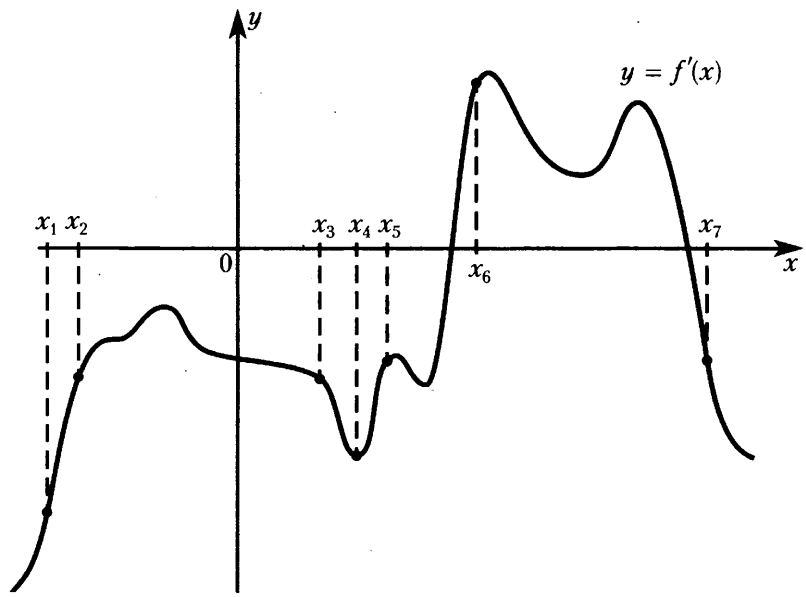
4.3.6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 10)$. Определите количество целых точек (координата — целое число), в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



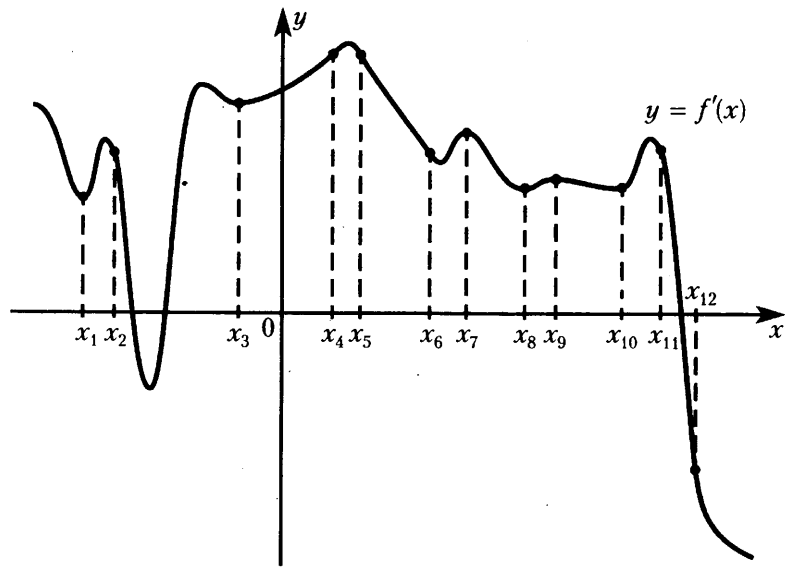
4.3.7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ... , x_8. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



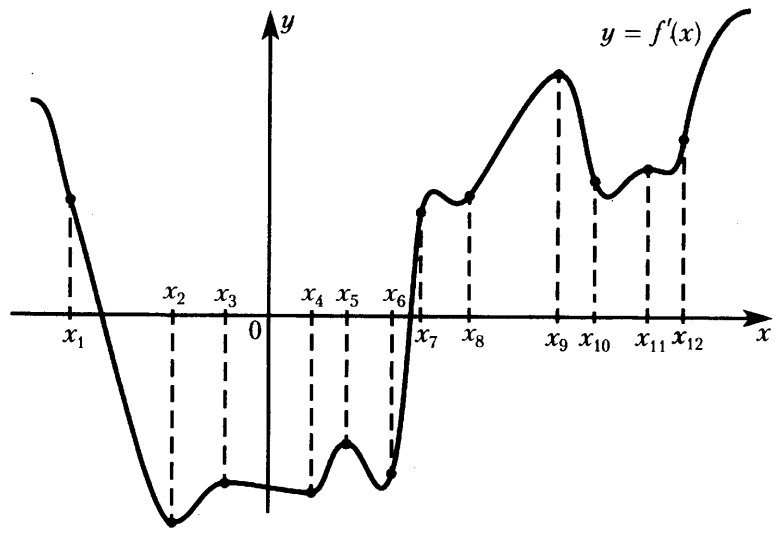
4.3.8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



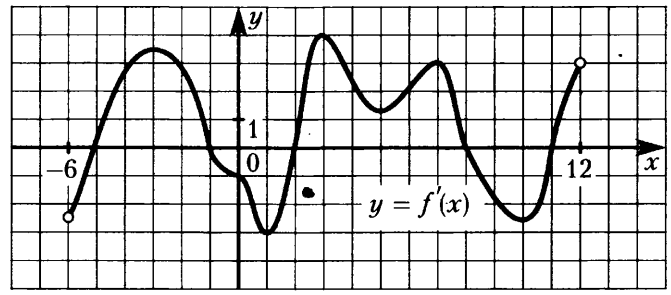
4.3.9. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{12}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



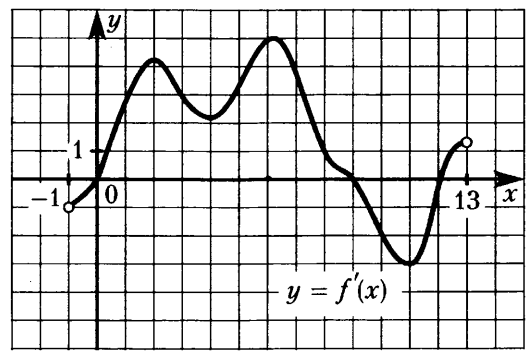
4.3.10. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_{12}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



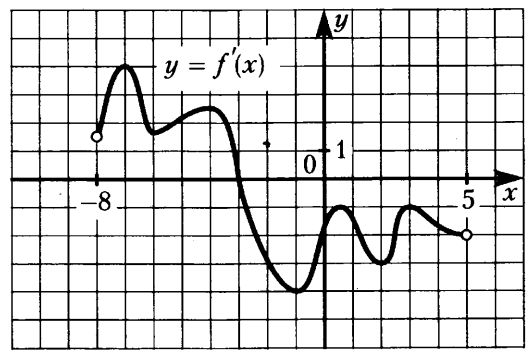
4.3.11. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 12)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



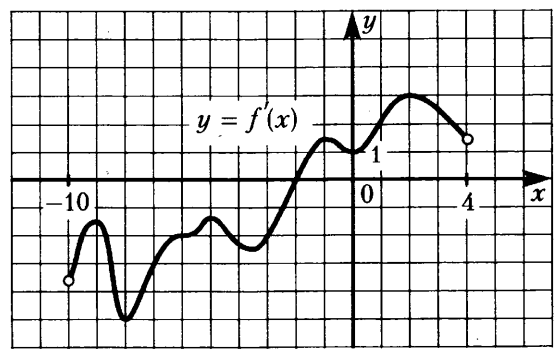
4.3.12. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1; 13)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



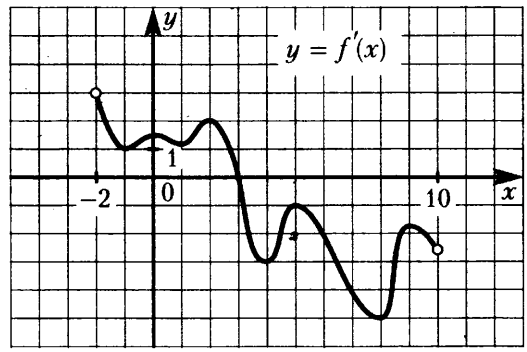
4.3.13. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 5)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



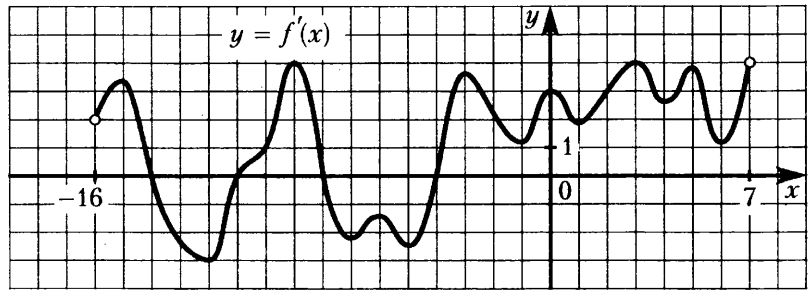
4.3.14. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 4)$. В какой точке отрезка $[-8; -3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



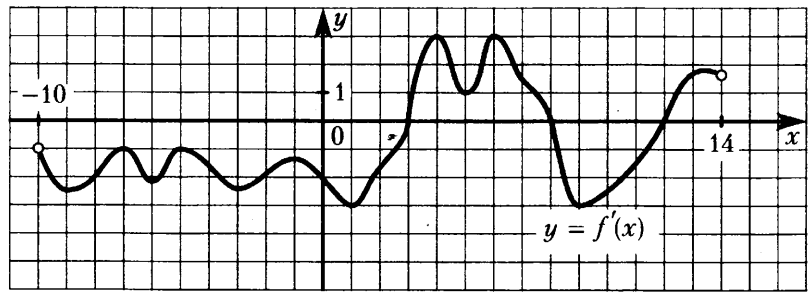
4.3.15. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 10)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на интервале $(-1; 9)$.



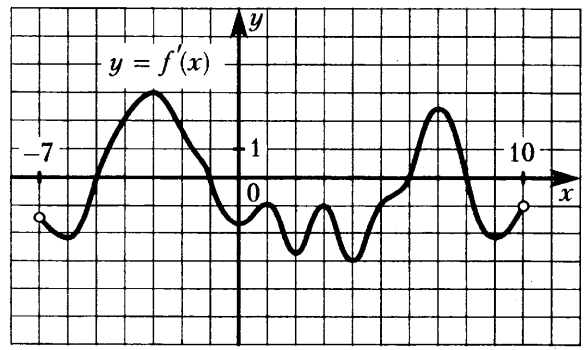
4.3.16. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-16; 7)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-15; 6]$.



4.3.17. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-8; 11]$.



4.3.18. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 10)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4; 5]$.



4.3.19. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 75x + 23$.

4.3.20. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 192x + 14$.

4.3.21. Найдите наибольшее значение функции $y = x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-7; -1]$.

4.3.22. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x^5 - 20x^3 - 13$ на отрезке $[-6; 1]$.

4.3.23. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 36}{x}$.

4.3.24. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x^2 + 484}{x}$.

4.3.25. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 900}$.

4.3.26. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 225}$.

4.3.27. Найдите точку максимума функции $y = 6 + 15x - 4x\sqrt{x}$.

4.3.28. Найдите точку минимума функции $y = x\sqrt{x} - 24x + 14$.

4.3.29. Найдите наибольшее значение функции $y = 18x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[7; 10]$.

4.3.30. Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 12x + 3$ на отрезке $[0; 100]$.

4.3.31. Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 19x + 19)\,e^{x+20}$.

4.3.32. Найдите точку минимума функции $y = (2x^2 - 26x + 26)\,e^{x-17}$.

4.3.33. Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 4e^x + 4$ на отрезке $[-1; 2]$.

4.3.34. Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 9e^x - 2$ на отрезке $[1; 3]$.

4.3.35. Найдите наибольшее значение функции $y = 28\sqrt{2}\sin x - 28x + 7\pi + 15$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4.3.36. Найдите наименьшее значение функции $y = -28 - 3{,}5\pi + 14x - 14\sqrt{2}\sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4.3.37. Найдите наибольшее значение функции $y = 6\sqrt{2}\cos x + 6x - \frac{3\pi}{2} + 15$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4.3.38. Найдите наименьшее значение функции $y = -22 + \frac{9\sqrt{3}\pi}{2} - \frac{27\sqrt{3}}{2}x - 27\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

4.3.39. Найдите точку максимума функции $y = 1{,}5x^2 - 39x + 108\ln x - 8$.

4.3.40. Найдите точку минимума функции $y = 0{,}5x^2 - 11x + 30\ln x + 8$.

4.3.41. Найдите наибольшее значение функции $y = x^2 - 13x + 11\ln x + 12$ на отрезке $\left[\frac{13}{14}; \frac{15}{14}\right]$.

4.3.42. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 7$ на отрезке $\left[\frac{5}{6}; \frac{7}{6}\right]$.

4.4. Первообразная

4.4.1. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 11x + 5$ в точке 0 равно 6. Найдите $F(-3)$.

4.4.2. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -5x + 8$ в точке 0 равно 3. Найдите $F(4)$.

4.4.3. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 3x^2 - 7x + 1$ в точке 0 равно 4. Найдите $F(4)$.

4.4.4. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 2x^2 + 9x - 4$ в точке 0 равно 7. Найдите $F(-3)$.

4.4.5. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -6x^2 - 2x + 5$ в точке 0 равно 9. Найдите $F(5)$.

4.4.6. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x - 2$ в точке 0 равно -5. Найдите $F(2)$.

4.4.7. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -x^3 + 10x - 7$ в точке 0 равно 12. Найдите $F(-2)$.

4.4.8. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = \frac{x^3}{5} - 3x^2 + 7x - 8$ в точке 0 равно -21. Найдите $F(5)$.

4.4.9. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 9x^8$ в точке 0 равно -13. Найдите $F(-1)$.

4.4.10. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -18x^4$ в точке 0 равно 17. Найдите $F(2)$.

4.4.11. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -5\sin x$ в точке 0 равно 17. Найдите $F\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

4.4.12. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 11\sin x$ в точке равно -9. Найдите $F\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

4.4.13. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 21\sin x$ в точке равно 6. Найдите $F\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

4.4.14. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 8\cos x$ в точке $-\pi$ равно 13. Найдите $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

4.4.15. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 10\cos x$ в точке $\frac{\pi}{2}$ равно -4. Найдите $F\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

4.4.16. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 6e^x$ в точке 0 равно -18. Найдите $F(\ln 3)$.

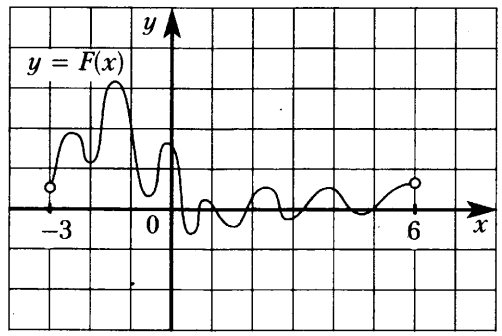
4.4.17. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -8e^x$ в точке 0 равно 3. Найдите $F(\ln 7)$.

4.4.18. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = 12e^x$ в точке 0 равно 7. Найдите $F(-\ln 5)$.

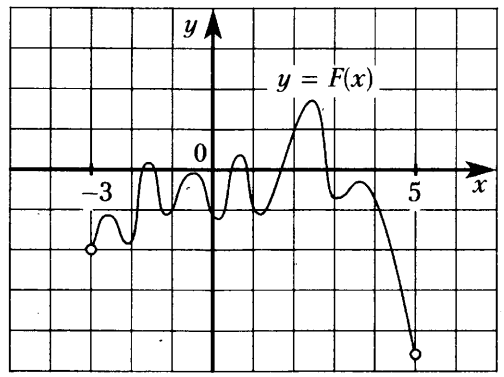
4.4.19. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = \frac{7}{x}$ в точке 1 равно -11. Найдите $F(e^2)$.

4.4.20. Значение первообразной $F(x)$ функции $f(x) = -\frac{10}{x}$ в точке равно 8. Найдите $F(e^4)$.

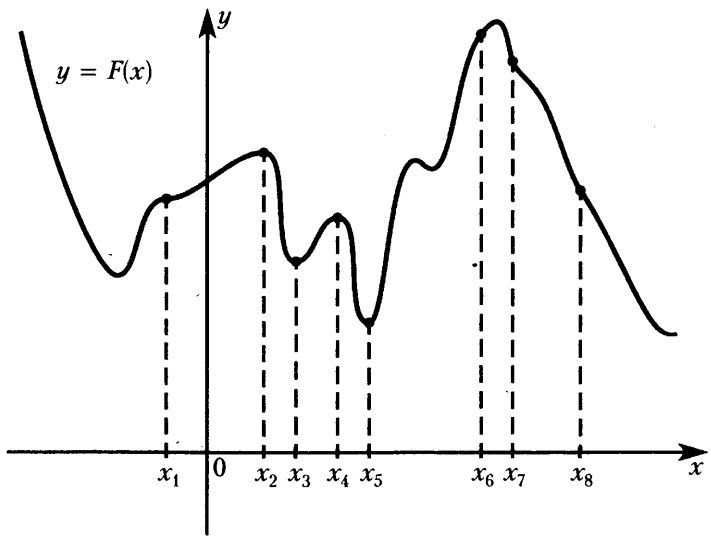
4.4.21. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 6)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 5]$.



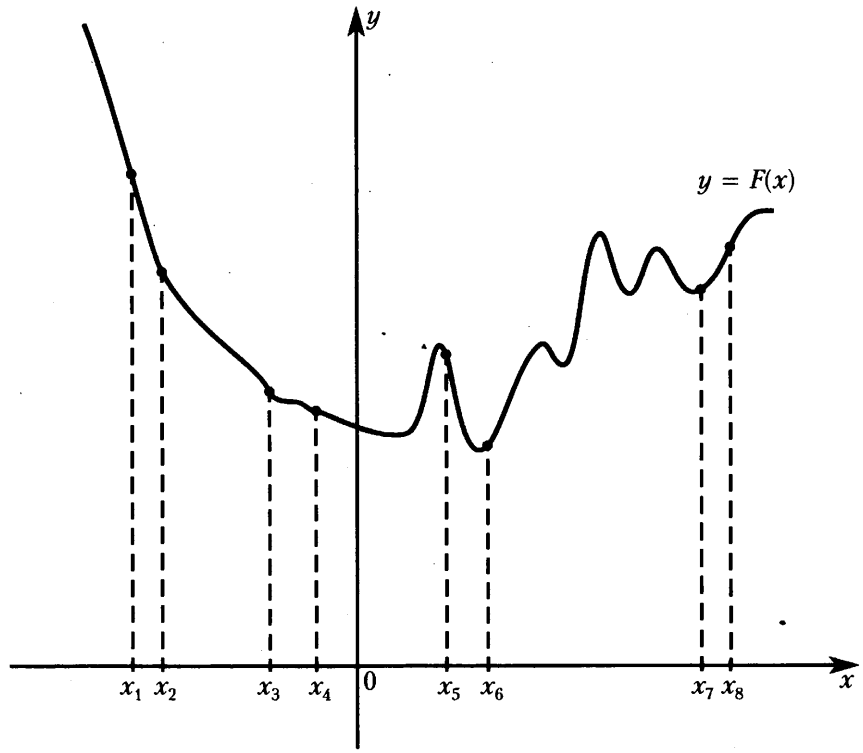
4.4.22. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных некоторой функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения на отрезке $[-2; 4]$.



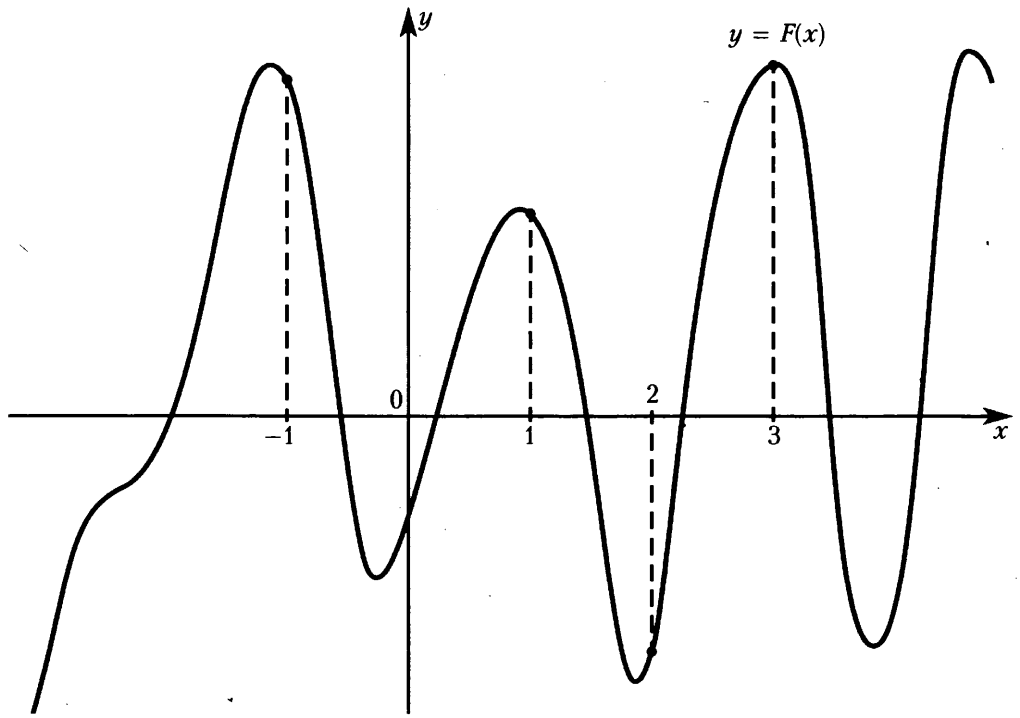
4.4.23. На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



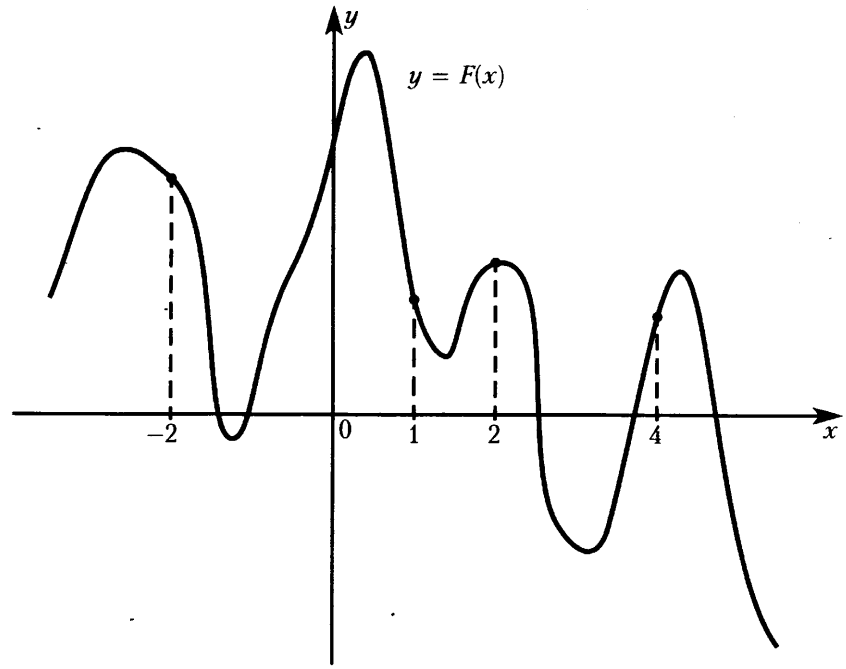
4.4.24. На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, ..., x_8. В скольких из этих точек функция $f(x)$ отрицательна?



4.4.25. На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ функции $f(x)$ и отмечены точки -1, 1, 2, 3. В какой из этих точек значение функции $f(x)$ наименьшее? В ответе укажите эту точку.



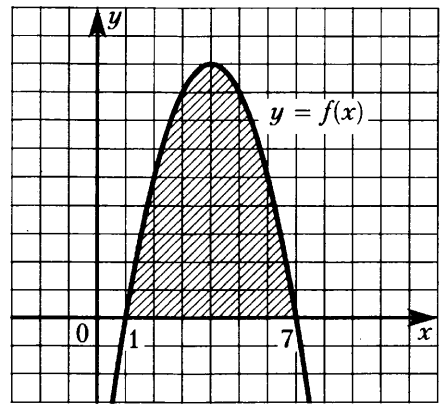
4.4.26. На рисунке изображён график первообразной $y = F(x)$ функции $f(x)$ и отмечены точки -2, 1, 2, 4. В какой из этих точек значение функции $f(x)$ наибольшее? В ответе укажите эту точку.



4.4.27. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, одна из первообразных которой имеет вид

$$F(x) = -\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 7x + 11.$$

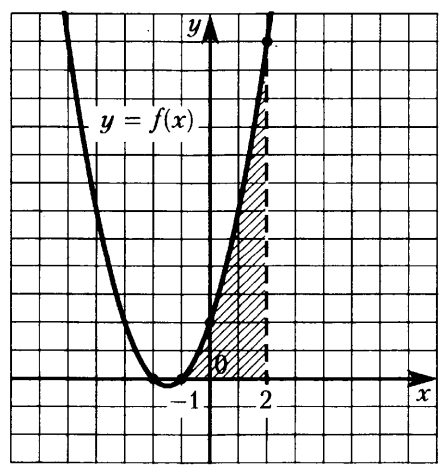
Найдите площадь заштрихованной фигуры.



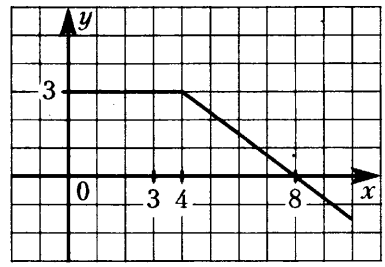
4.4.28. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, одна из первообразных которой имеет вид

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 2x - 14.$$

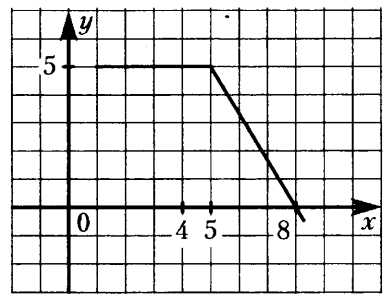
Найдите площадь заштрихованной фигуры.



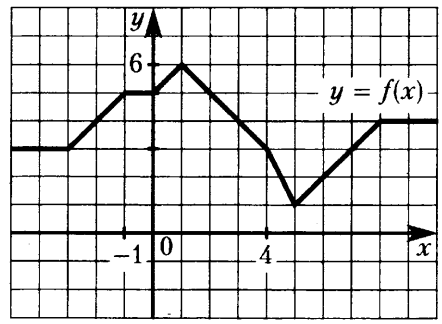
4.4.29. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите $F(8) - F(3)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



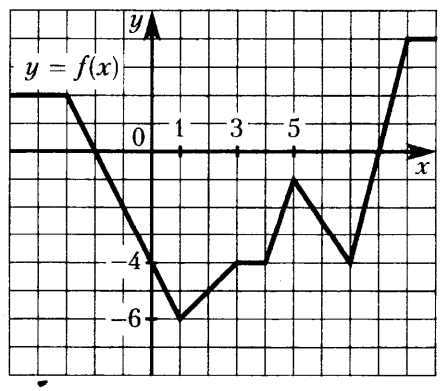
4.4.30. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком, вычислите $F(8) - F(4)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



4.4.31. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, одна из первообразных которой $F(x)$. Найдите разность $F(4) - F(-1)$.



4.4.32. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, одна из первообразных которой $F(x)$. Найдите разность $F(5) - F(1)$.



5. ЗАДАЧИ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ

5.1. Тригонометрические уравнения

5.1.1. а) Решите уравнение $4\cos^2 x + 12\cos x + 5 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию $\sin x \geqslant 0$.

5.1.2. а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию $\cos x \leqslant 0$.

5.1.3. а) Решите уравнение $\sin 4x - \sin x = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

5.1.4. а) Решите уравнение $\cos 4x - \cos x = 0$.
б) Найдите количество корней этого уравнения, принадлежащих отрезку $\left[3\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

5.1.5. а) Решите уравнение $2\sin^2 x + 3\cos x - 3 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию $\sin x < 0$.

5.1.6. а) Решите уравнение $15\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, удовлетворяющие условию $\cos x < 0$.

5.1.7. а) Решите уравнение $9^{\sin x} = 3$.
б) Найдите наибольший отрицательный корень этого уравнения.

5.1.8. а) Решите уравнение $2 \cdot 16^{\cos x} + 4^{\cos x} - 1 = 0$.
б) Найдите наименьший положительный корень этого уравнения.

5.1.9. а) Решите уравнение $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$.
б) Найдите наибольший отрицательный корень этого уравнения.

5.1.10. а) Решите уравнение $\sqrt{\cos 2x - \sin 5x} = -2\cos x$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; 4\pi]$.

5.1.11. а) Решите уравнение $4\sin^3 x = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$.

5.1.12. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0{,}75$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

5.1.13. а) Решите уравнение $\log_4(\sin x + \sin 2x + 16) = 2$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

5.1.14. а) Решите уравнение $\log_7(2\cos^2 x + 3\cos x - 1) = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

5.1.15. а) Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{2}\sin x = 2\cos x + \sqrt{2}$.
б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

5.3.11. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2-xy+3x-y-6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}}=0, \\ x+y-a=0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

5.3.12. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{(y^2-xy-7y+4x+12)\sqrt{x+4}}{\sqrt{7-y}}=0, \\ a=x+y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5.3.13. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x-2y-2=|x^2+y^2-1|, \\ y=a(x-1) \end{cases}$$

имеет более двух решений.

5.3.14. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2+20x+y^2-20y+75=|x^2+y^2-25|, \\ x-y=a \end{cases}$$

имеет более одного решения.

5.3.15. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2-8x+y^2+4y+15=4|2x-y-10|, \\ x+2y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

5.3.16. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2+5x+y^2-y-|x-5y+5|=52, \\ y-2=a(x-5), \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

5.3.17. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2-x-2=|x^2-x-2|, \\ x-y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

5.3.18. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x^2-1|+2x-x^2=|y^2-1|+2y-y^2, \\ x+y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

5.3.19. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2+|x^2-2x|=y^2+|y^2-2y|, \\ x+y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

5.3.20. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |x^2-2x|-x^2=|y^2-2y|-y^2, \\ x+y=a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

5.4. Планиметрия

5.4.1. а) Докажите, что в параллелограмме биссектрисы углов при одной стороне перпендикулярны.

б) В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов при стороне AD делят сторону BC точками M и N так, что $BM:MN=3:7$. Найдите BC, если $AB=10$.

5.4.2. В треугольнике ABC $AB=12$, $BC=5$, $CA=10$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD:DC=4:9$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

5.4.3. Окружности S_1 и S_2 радиусов 4 и 2 соответственно касаются в точке A. Через точку B, лежащую на окружности S_1, проведена прямая, касающаяся окружности S_2 в точке M. Найдите BM, если известно, что $AB=2$.

5.4.4. Точка O — центра окружности радиуса 3. На продолжении радиуса OM взята точка A. Через точку A проведена прямая, касающаяся окружности в точке K. Известно, что $\angle OAK=60°$.

а) Докажите, что $AK=\sqrt{3}$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол OAK и касающейся данной окружности внешним образом.

5.4.5. Дана окружность радиуса $2\sqrt{3}$ с центром O. Хорда AB пересекает радиус OC в точке D, причём $\angle CDA=120°$. Известно, что $OD=3$.

а) Докажите, что расстояние от O до хорды AB равно $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в угол ADC и касающейся дуги AC.

5.4.6. В параллелограмме $ABCD$ известно, что $AB=2$, $BC=3$, $\angle A=60°$. На сторонах AB и BC как на основаниях построены вне параллелограмма равнобедренные треугольники с углами 120° при вершинах.

а) Докажите, что прямая, соединяющая вершины этих треугольников, проходит через точку B.

б) Найдите расстояние между этими вершинами.

5.4.7. Точка B — середина отрезка AC, причём $AC=10$. Проведены три окружности радиуса 6 с центрами A, B и C.

а) Докажите, что существует ровно шесть окружностей, касающихся всех трёх данных.

б) Найдите радиусы всех таких окружностей.

5.4.8. В треугольнике ABC известны стороны: $AB=7$, $BC=9$, $AC=10$. Окружность, проходящая через точки A и C, пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L, отличных от вершни треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Докажите, что треугольники BKL и ABC подобны.

б) Найдите длину отрезка KL.

5.4.9. Дан треугольник со сторонами 26, 26 и 20. Внутри него расположены две равные касающиеся окружности, каждая из которых касается двух сторон треугольника.

а) Докажите, что линия, соединяющая центры окружностей, параллельна одной из стороны треугольника.

б) Найдите радиусы окружностей.

5.4.10. Боковые стороны KL и MN трапеции $KLMN$ равны 8 и 17 соответственно. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен 7,5, средняя линия равна 17,5. Прямые KL и MN пересекаются в точке A.

а) Докажите, что треугольники ALM и AKN подобны.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ALM.

5.4.11. На прямой, содержащей биссектрису AD прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C, взята точка E, удалённая от вершины A на расстояние, равное $\sqrt{26}$. Известно, что $BC = 5$, $AC = 12$.

а) Докажите, что $AD = \frac{12\sqrt{26}}{5}$.

б) Найдите площадь треугольника BCE.

5.4.12. На боковой стороне AB равнобедренного треугольника, как на диаметре, построена окружность. Окружность пересекает основание AC в точке M и боковую сторону CB в точке N.

а) Докажите, что $MN = \frac{1}{2}AC$. б) Найдите периметр треугольника MNC, если $AB = 8$, $AB = 10$.

5.4.13. Точка M лежит на стороне BC выпуклого четырёхугольника $ABCD$, причём B и C — вершины равнобедренных треугольников с основаниями AM и DM соответственно, а прямые AM и MD перпендикулярны.

а) Докажите, что биссектрисы углов при вершинах B и C четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD.

б) Пусть N — точка пересечения этих биссектрис. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если известно, что $BM:MC = 1:3$, а площадь четырёхугольника, стороны которого лежат на прямых AM, DM, BN и CN, равна 18.

5.4.14. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Окружность с центром O, построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке H, точка Q — середина CD.

а) Докажите, что четырёхугольник $DQOH$ — параллелограмм.

б) Найдите AD, если $\angle BAD = 75°$ и $BC = 1$.

5.4.15. В прямоугольной трапеции $ABCD$ с прямым углом при вершине A расположены две окружности. Одна из них касается боковых сторон и большего основания AD, вторая — боковых сторон, меньшего основания BC и первой окружности.

а) Прямая, проходящая через центры окружностей, пересекает основание AD в точке P. Докажите, что $\frac{AP}{PD} = \sin D$.

б) Найдите площадь трапеции, если радиусы окружностей равны $\frac{4}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

5.4.16. Две окружности касаются внутренним образом в точке K, причём меньшая проходит через центр большей. Хорда MN большей окружности касается меньшей в точке C. Хорды KM и KN пересекают меньшую окружность в точках A и B соответственно, а отрезки KC и AB пересекаются в точке L.

а) Докажите, что $CN:CM = LB:LA$.

б) Найдите MN, если $LB:LA = 2:3$, а радиус малой окружности равен $\sqrt{23}$.

5.4.17. Две окружности касаются внутренним образом в точке A, причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P. Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.

б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP. Найдите AL, если радиус большей окружности равен 10, а $BC = 16$.

5.4.18. Точка B лежит на отрезке AC. Прямая, проходящая через точку A, касается окружности с диаметром BC в точке M и второй раз пересекает окружность с диаметром AB в точке K. Продолжение отрезка MB пересекает окружность с диаметром AB в точке D.

а) Докажите, что прямые AD и MC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DBC, если $AK = 3$ и $MK = 12$.

5.5. Стереометрия

5.5.1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра: $AB = 5$, $AD = 12$, $CC_1 = 7$. Найдите угол между плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1.

5.5.2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра: $AB = 15$, $AD = 8$, $CC_1 = 3$. Найдите угол между плоскостями ABC и A_1DB.

5.5.3. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB = 10$, а боковое ребро $AA_1 = \sqrt{69}$. Найдите расстояние от точки A до прямой BC_1.

5.5.4. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AB = 3\sqrt{2}$, а боковое ребро $SA = 5$. Найдите расстояние от точки A до прямой SC.

5.5.5. В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ сторона основания $AB = \sqrt{6}$, а боковое ребро $AA_1 = 3\sqrt{2}$. Найдите расстояние от точки C до плоскости EFB_1.

5.5.6. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $SA = \sqrt{73}$. Найдите расстояние от точки B до плоскости SAC.

5.5.7. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 11$. Найдите расстояние между прямыми AB_1 до прямой CD_1.

5.5.8. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ сторона основания $AB = \sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 11$. Найдите угол между прямыми SA и BC.

5.5.9. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона основания $AB = 4$, а боковое ребро $AA_1 = 3$. Найдите угол между прямыми AB_1 и BC_1.

5.5.10. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания $AB = 4\sqrt{3}$, а боковое ребро $SA = 5$. Найдите угол между прямой SC и плоскостью SAB.

5.5.11. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB = 2\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 4$. Найдите угол между прямой AB_1 и плоскостью BCA_1.

5.5.12. В правильной треугольной $SABC$ пирамиде с основанием ABC известны рёбра: $AB = 5\sqrt{3}$, $SC = 13$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины рёбер AS и BC.

5.5.13. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны рёбра: $AB = 8\sqrt{3}$, $SC = 17$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M — точка пересечения медиан грани SBC.

5.5.14. В правильной треугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания $AB = 2$, а боковое ребро $SA = \sqrt{3}$. Найдите угол между плоскостями SBC и SAD.

5.5.15. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ стороны основания равны 1, боковые рёбра равны 3, точка D — середина ребра CC_1. Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1.

5.5.16. Прямоугольник со сторонами, равными 3 и 4, перегнули по диагонали, причём полуплоскости полученных прямоугольных треугольников образовали двугранный угол, равный 60°. Найдите расстояние между вершинами прямоугольника, не лежащими на диагонали сгиба.

5.5.17. В основании прямой призмы лежит трапеция, острые углы которой равны 60°. Боковая сторона и меньшее основание трапеции равны соответственно 8 и 6. Через боковую сторону трапеции нижнего основания и вершину большего основания трапеции верхнего основания проведено сечение плоскостью, образующего с плоскостью нижнего основания угол в 30°. Найдите площадь сечения.

5.5.18. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все рёбра равны 4. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 3$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α, параллельная прямой BD_1.

а) Докажите, что $A_1P = PB_1 = 2:1$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром A_1B_1.

б) Найдите угол наклона плоскости α к плоскости грани BB_1C_1C.

5.5.19. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 8. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C.

б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка C, а основанием — сечение пирамиды $SABC$ плоскостью α.

5.5.20. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро SA равно 4. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану основания CE в отношении $5:1$, считая от точки C.

б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α.

5.5.21. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 12, а боковое ребро SA равно 13. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость α делит медиану CE основания в отношении $5:1$, считая от точки C.

б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α.

5.5.22. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SB = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD.

5.5.23. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{11}$, $SB = 3\sqrt{3}$, $SD = 2\sqrt{5}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямой SC и плоскостью ASB.

5.5.24. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = 3$, $SB = 5$, $SD = 3\sqrt{5}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости SBC.

5.6. Арифметика и алгебра

5.6.1. Число умножили на сумму его цифр и получили 10530. Найдите это число.

5.6.2. Произведение числа и числа, записанного теми же цифрами в обратном порядке, равно 5848. Найдите эти числа.

5.6.3. Каким может быть произведение нескольких различных простых чисел, если оно кратно каждому из них, уменьшенному на 1? Найдите все возможные значения этого произведения.

5.6.4. Решите уравнение в натуральных числах:

$$x + y = x^2 - xy + y^2.$$

5.6.5. Найдите все возрастающие конечные арифметические прогрессии, которые состоят из простых чисел и у которых количество членов больше, чем разность прогрессии.

5.6.6. Каждое из чисел 2, 3, ... , 7 умножают на каждое из чисел 13, 14, ... , 21 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

5.6.7. Перед каждым из чисел 14, 15, ... , 20 и 6, 7, ... , 10 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

5.6.8. Найдите все пары натуральных чисел a и b, удовлетворяющие равенству $\overline{ab} = a^b + 23$ (в левой части равенства стоит число, получаемое приписыванием десятичной записи числа a перед десятичной записью числа b).

5.6.9. Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{4}{13}$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{2}{5}$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.

а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?

в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов *а* и *б*?

5.6.10. Моток верёвки режут без остатка на куски длиной не меньше 115 см, но не больше 120 см (назовем такие куски стандартными).

а) Некоторый моток верёвки разрезали на 23 стандартных куска, среди которых есть куски разной длины. На какое наибольшее число одинаковых стандартных кусков можно было бы разрезать тот же моток верёвки?

б) Найдите такое наименьшее число l, что любой моток верёвки, длина которого больше l см, можно разрезать на стандартные куски.

5.6.11. В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру дают распределение премий, и он должен их выдать без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

а) Удастся ли выполнить задание, если в отделе 40 сотрудников и все должны получить поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40000 рублей, а остальное поделить поровну на 70 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

5.6.12. На доске написали несколько необязательно различных двузначных натуральных чисел без нулей в десятичной записи. Сумма этих чисел оказалась равной 363. Затем в каждом числе поменяли местами первую и вторую цифры (например, число 17 заменили на число 71).

а) Приведите пример исходных чисел, для которых сумма получившихся чисел ровно в 4 раза больше, чем сумма исходных чисел.

б) Могла ли сумма получившихся чисел быть ровно в 2 раза больше, чем сумма исходных чисел?

в) Найдите наибольшее возможное значение суммы получившихся чисел.

5.6.13. На доске было написано 30 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Среднее арифметическое написанных чисел равнялось 7. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 1, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 14?

б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 12, но меньше 13?

в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

5.6.14. На доске было написано 20 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 40. Вместо некоторых из чисел (возможно, одного) на доске написали числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, с доски стёрли.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?

б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?

в) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 27. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

5.6.15. Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 83 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.

а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?

б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?

в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 90, средний балл участников, сдавших тест, составил 100, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 75. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 103, а не сдавших тест — 79. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

5.6.16. а) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.

б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

5.6.17. Три числа назовём *хорошей* тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника.

Три числа назовём *отличной* тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

а) Даны 5 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдётся ни одной хорошей тройки?

б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки?

в) Даны 10 различных чисел (необязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

5.6.18. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16 произвольно делят на три группы так, чтобы в каждой группе было хотя бы одно число. Затем вычисляют значение среднего арифметического чисел в каждой из групп (для группы из единственного числа среднее арифметическое равно этому числу).

а) Могут ли быть одинаковыми два из этих трёх значений средних арифметических в группах из разного количества чисел?

б) Могут ли быть одинаковыми все три значения средних арифметических?

в) Найдите наименьшее возможное значение наибольшего из получаемых трёх средних арифметических.

5.7. Экономические задачи

5.7.1. Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5000000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

5.7.2. Зависимость объёма Q (в шт) купленного у фирмы товара от цены P (в руб. за шт.) выражается формулой $Q = 1500 - P$, $1000 \leqslant P \leqslant 15000$. Доход от продажи товара составляет PQ рублей. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3000Q + 5000000$ рублей. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену продукции на 20%, однако её прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

5.7.3. Строительство нового завода стоит 75 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0{,}5x^2 + x + 7)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 3 года?

5.7.4. Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0{,}5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 3 года?

5.7.5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

5.7.6. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 1,25 млн рублей?

5.7.7. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1 300 000 рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На какое минимально количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные выплаты были не более 350 000 рублей?

5.7.8. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 16 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после его полного погашения составит 38 млн рублей?

5.7.9. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший — не менее 0,6 млн рублей.

5.7.10. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший — не менее 0,5 млн рублей.

5.7.11. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

5.7.12. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

АЛГЕБРА

Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99

Десятки	Единицы									
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	0	1	4	9	16	25	36	59	64	81
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Свойства арифметического квадратного корня

$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ при $a \geqslant 0$, $b \geqslant 0$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ при $a \geqslant 0$, $b > 0$

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ при } b^2 - 4ac = 0$$

Формулы сокращенного умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Степень и логарифм

Свойства степени
при $a > 0$, $b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Свойства логарифма
при $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $x > 0$, $y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

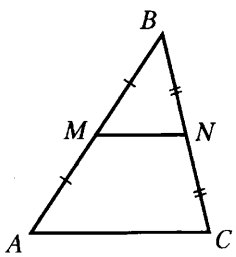
$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

ГЕОМЕТРИЯ

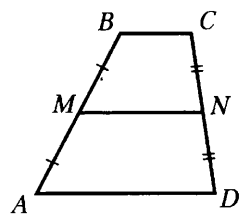
Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.

$MN \parallel AC$

$MN = \frac{AC}{2}$

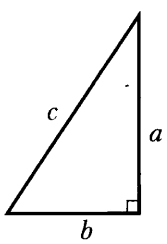


$BC \parallel AD$

MN — ср. лин.

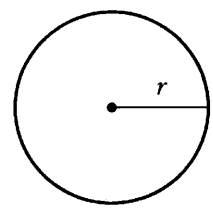
$MN \parallel AD$

$MN = \frac{BC + AD}{2}$



Теорема Пифагора

$a^2 + b^2 = c^2$



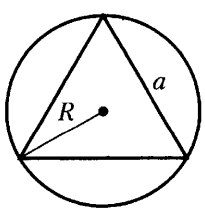
Длина окружности

$C = 2\pi r$

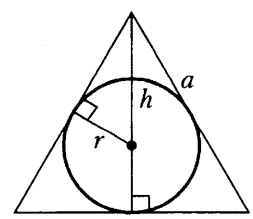
Площадь круга

$S = \pi r^2$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



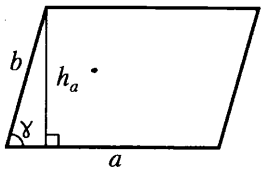
$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

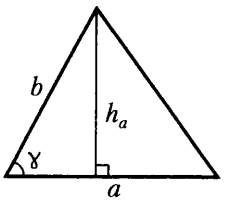
Площади фигур



Параллелограмм

$S = ah_a$

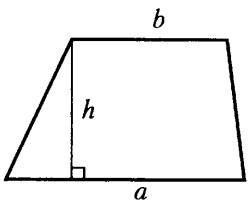
$S = ab\sin\gamma$



Треугольник

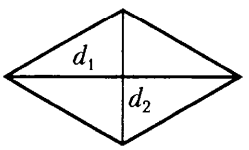
$S = \frac{1}{2}ah_a$

$S = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$



Трапеция

$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

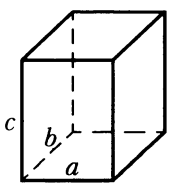


Ромб

d_1, d_2 — диагонали

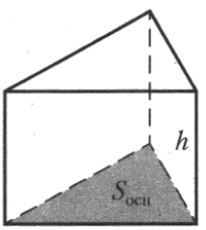
$S = \frac{1}{2}d_1d_2$

Площади поверхностей и объёмы тел



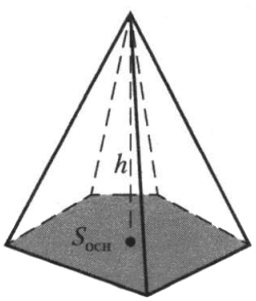
Прямоугольный параллелепипед

$V = abc$



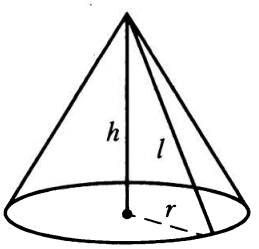
Прямая призма

$V = S_{осн}h$



Пирамида

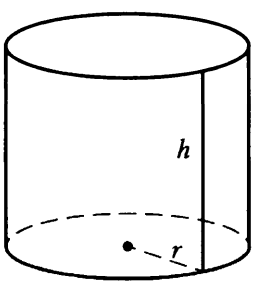
$V = \frac{1}{3}S_{осн}h$



Конус

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

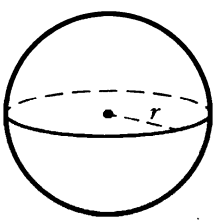
$S_{пов} = \pi rl$



Цилиндр

$V = \pi r^2 h$

$S_{пов} = 2\pi rh$



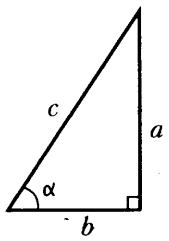
Шар

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$S = 4\pi r^2$

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

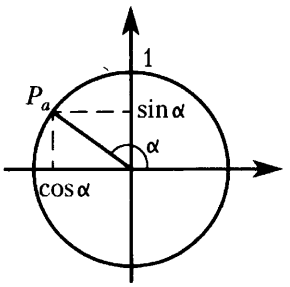


$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



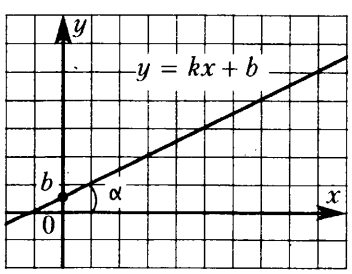
Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α									
	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	−1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–	0

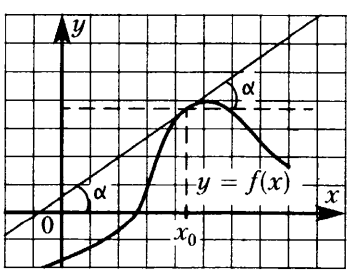
Функции

Линейная функция



$k = \operatorname{tg}\alpha$

Геометрический смысл производной



$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 1

Базовый уровень

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 **без пробелов, запятых и других дополнительных символов**. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\frac{27}{20}:\frac{9}{4}-0{,}5$.

Ответ: _____

2 Найдите значение выражения $9\cdot 10^{1}+2\cdot 10^{-1}+3\cdot 10^{-2}$.

Ответ: _____

3 Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 520 рублей. Сколько рублей стоил товар до распродажи?

Ответ: _____

4 Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 50$ см, $n = 1300$? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____

5 Найдите значение выражения $\log_5 2{,}5 + \log_5 50$.

Ответ: _____

6 В среднем за день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 7 дней. В пачке чая 50 пакетиков. Какого наименьшего количества пачек чая хватит на все дни конференции?

Ответ: _____

7 Найдите корень уравнения $x^2 = 2x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____

8 Квартира состоит из двух комнат, кухни, коридора и санузла (см. чертёж). Кухня имеет размеры 3,5 м на 3,5 м, вторая комната — 3,5 м на 4 м, санузел имеет размеры 1,5 м на 1,5 м, длина коридора 11 м. Найдите площадь первой комнаты (в квадратных метрах).

Ответ: _____

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) толщина волоса	1) 50 см
Б) рост новорождённого ребёнка	2) 40 000 км
В) длина футбольного поля	3) 105 м
Г) длина экватора	4) 0,1 мм

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 На олимпиаде по обществознанию участников рассаживают по трём аудиториям. В первых двух по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____

11 В нескольких эстафетах, которые проводились в школе, команды показали следующие результаты:

Команда	I эстафета, баллы	I эстафета, баллы	II эстафета, баллы
«Непобедимые»	4	4	1
«Прорыв»	1	2	3
«Чемпионы»	2	1	2
«Тайфун»	3	3	4

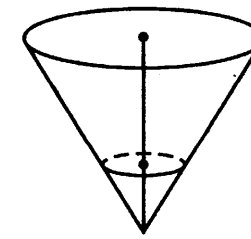
При подведении итогов для каждой команды баллы по всем эстафетам суммируются. Побеждает команда, набравшая наибольшее количество баллов. Какое итоговое место заняла команда «Чемпионы»?

Ответ: _____

12 Семья из трёх человек планирует поехать из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 990 рублей. Автомобиль расходует 11 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина — 30 рублей за литр. Сколько рублей придётся заплатить за наиболее дешёвую поездку на троих?

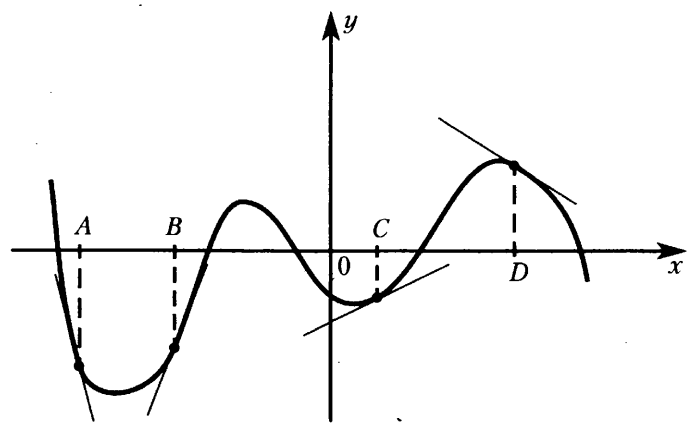
Ответ: _____

13 В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{3}$ высоты. Объём жидкости равен 110 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Ответ: _____

14 На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами A, B, C и D.



В правом столбце указаны значения производной функции в точках A, B, C и D. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной функции в ней.

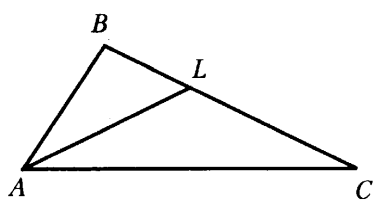
ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) 0,5
B	2) -3
C	3) $-0{,}7$
D	4) 4

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

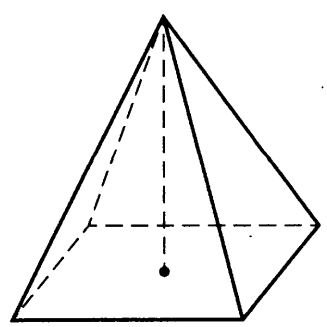
A	B	C	D

15 В треугольнике ABC проведена биссектриса AL, угол ALC равен 160°, угол ABC равен 148°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

16 Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6, а боковое ребро равно $\sqrt{43}$.



Ответ: _____

17 Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $\log_2 35$	1) [1; 2]
Б) $\frac{7}{4}$	2) [2; 3]
В) $\sqrt{13}$	3) [3; 4]
Г) $0{,}39^{-1}$	4) [5; 6]

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 В классе учится 30 человек, из них 20 человек посещают кружок по биологии, а 16 — кружок по географии. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Не найдётся 17 человек из этого класса, которые посещают оба кружка.
2) Найдутся хотя бы двое из этого класса, кто посещает оба кружка.
3) Каждый ученик из этого класса посещает оба кружка.
4) Если ученик из этого класса ходит на кружок по биологии, то он обязательно ходит на кружок по географии.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

19 Вычеркните в числе 24665521 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 22. В ответе укажите ровно одно получившееся число.

Ответ: _____

20 Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Ответ: _____

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 2

Базовый уровень

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 **без пробелов, запятых и других дополнительных символов**. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\frac{16}{5}\cdot\frac{13}{8}:\frac{26}{15}$.

Ответ: _____

2 Найдите значение выражения $\frac{4^{-10}}{\left(4^4\right)^{-3}}$.

Ответ: _____

3 Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 4350 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

Ответ: _____

4 Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A=\frac{U^2t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=15$ с, $U=6$ В и $R=9$ Ом.

Ответ: _____

5 Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{5}}$.

Ответ: _____

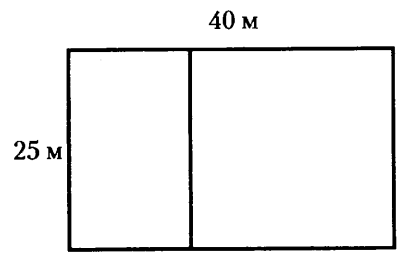
6 Сырок стоит 17 рублей. Какое наибольшее число сырков можно купить на 130 рублей?

Ответ: _____

7 Найдите корень уравнения $\log_3(2x+4)-\log_3 2=\log_3 5$.

Ответ: _____

8 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 25 метров и 40 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите общую длину забора в метрах.



Ответ: _____

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) длительность полнометражного художественного фильма	1) 4 минуты
Б) время обращения Земли вокруг Солнца	2) 120 минут
В) длительность звучания одной песни	3) 365 суток
Г) продолжительность вспышки фотоаппарата	4) 0,2 секунды

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

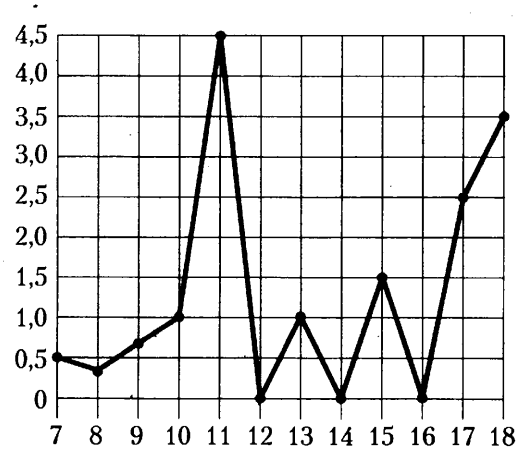
Ответ:

А	Б	В	Г

10 Фабрика выпускает сумки. В среднем из 150 сумок 3 сумки имеют скрытый дефект. Найдите вероятность того, что случайно выбранная сумка окажется с дефектом.

Ответ: _____

11 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями. Определите по рисунку наибольшее суточное количество осадков за данный период. Ответ дайте в миллиметрах.



Ответ: _____

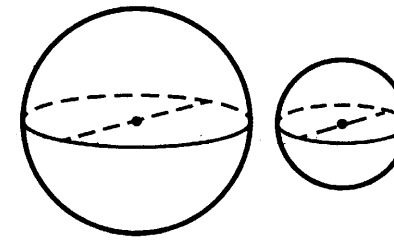
12 Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Номер переводчика	Языки	Стоимость услуг (руб. в день)
1	Немецкий	3900
2	Испанский, английский	6050
3	Испанский	3100
4	Испанский, французский	6100
5	Французский	1900
6	Английский, немецкий	6850

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют всеми четырьмя языками: английским, немецким, испанским и французским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 12000 рублей в день.
В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

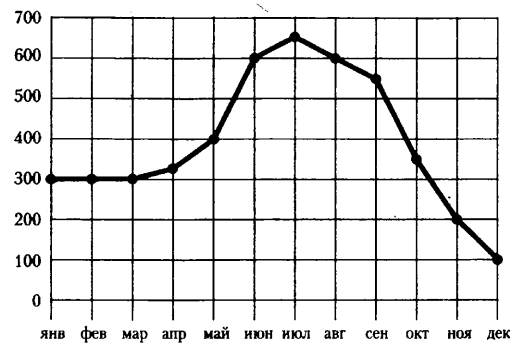
Ответ: _____

13 Однородный шар диаметром 4 см имеет массу 128 граммов. Чему равна масса шара диаметром 7 см, изготовленного из того же материала? Ответ дайте в граммах.



Ответ: _____

14 На рисунке точками показаны объёмы месячных продаж холодильников в магазине бытовой техники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных холодильников. Для наглядности точки соединены линией.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж холодильников.

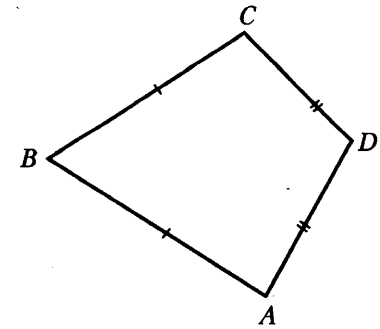
ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) январь—март	1) наибольший рост ежемесячного объёма продаж
Б) апрель—июнь	2) ежемесячный объём продаж достигает максимума за весь год
В) июль—сентябрь	3) все три месяца объём продаж был одинаковым
Г) октябрь—декабрь	4) за последний месяц периода было продано меньше 200 холодильников

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

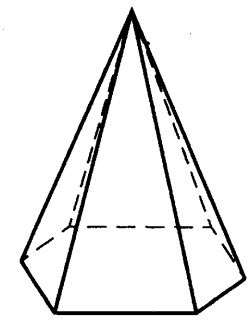
А	Б	В	Г

15 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $AB = BC$, $AD = CD$, $\angle B = 69°$, $\angle D = 125°$. Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

16 Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые рёбра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $\log_5 x > 1$	1) $(0; 5)$
Б) $\log_5 x < -1$	2) $\left(0; \frac{1}{5}\right)$
В) $\log_5 x < 1$	3) $\left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$
Г) $\log_5 x > -1$	4) $(5; +\infty)$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий номер решения.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 Некоторые сотрудники фирмы летом 2014 года отдыхали в Крыму, а некоторые — в Сочи. Все сотрудники, которые отдыхали в Сочи, не отдыхали в Крыму. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Среди сотрудников этой фирмы, которые не отдыхали в Сочи летом 2014 года, есть хотя бы один, который отдыхал в Крыму.
2) Каждый сотрудник этой фирмы отдыхал летом 2014 года в Крыму.
3) Нет ни одного сотрудника этой фирмы, который летом 2014 года отдыхал и в Крыму, и в Сочи.
4) Если сотрудник этой фирмы летом 2014 года отдыхал в Крыму, то он отдыхал и в Сочи.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

19 Найдите четырёхзначное число, кратное 18, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____

20 Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, и на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

Ответ: _____

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 3

Базовый уровень

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 **без пробелов, запятых и других дополнительных символов.** Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\frac{1}{4}\cdot 0{,}48 + 1$.

Ответ: _____

2 Найдите значение выражения $\frac{8^3}{4^3}:2^2$.

Ответ: _____

3 Число больных гриппом в школе уменьшилось за месяц в двадцать раз. На сколько процентов уменьшилось число больных гриппом?

Ответ: _____

4 Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a, b и c вычисляется по формуле $S = 2(ab + ac + bc)$. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 2, 7 и 10.

Ответ: _____

5 Найдите значение выражения $\left(4\sqrt{2} - \sqrt{7}\right)\left(4\sqrt{2} + \sqrt{7}\right)$.

Ответ: _____

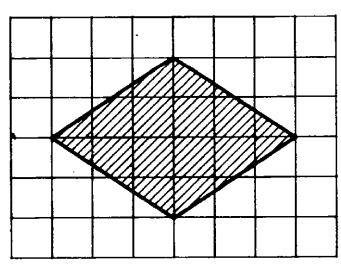
6 Выпускники 11 «А» покупают букеты цветов для последнего звонка: из 5 роз каждому учителю и из 7 роз классному руководителю и директору. Они собираются подарить букеты 15 учителям (включая директора и классного руководителя), розы покупаются по оптовой цене 30 рублей за штуку. Сколько рублей стоят все розы?

Ответ: _____

7 Найдите корень уравнения $2^{5x-6}\cdot 2^{1-4x} = 1$.

Ответ: _____

8 План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 1 м × 1 м. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



Ответ: _____

9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) объём воды в Чёрном море	1) 2 л
Б) объём багажника автомобиля	2) 200 л
В) объём бутылки газировки	3) 400 м^3
Г) объём грузового отсека транспортного самолёта	4) 555 000 км^3

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

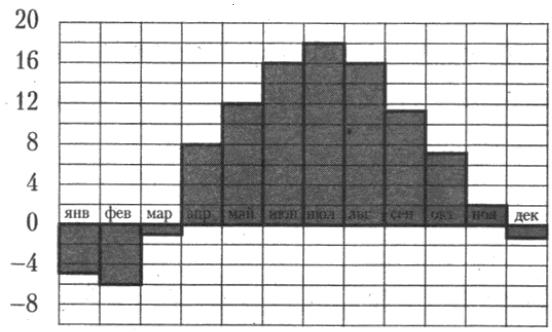
Ответ:

А	Б	В	Г

10 В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 23 из Испании, 16 из Португалии, остальные из Италии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Италии.

Ответ: _____

11 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали— температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1999 году. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

12 Михаил решил посетить Парк аттракционов. Сведения о билетах на аттракционы представлены в таблице. Некоторые билеты позволяют посетить сразу два аттракциона.

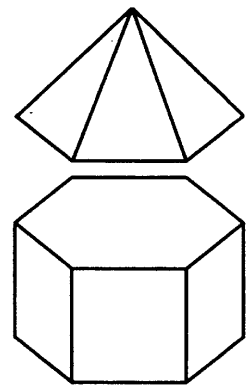
Номер билета	Аттракционы	Стоимость (руб.)
1	Комната страха, комната смеха	350
2	Автодром	200
3	Колесо обозрения	300
4	Комната смеха	250
5	Колесо обозрения, автодром	450
6	Автодром, комната смеха	400

Пользуясь таблицей, подберите билеты так, чтобы Михаил посетил все четыре аттракциона: колесо обозрения, комнату страха, комнату смеха, автодром, а суммарная стоимость билетов не превышала 900 рублей.

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров билетов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

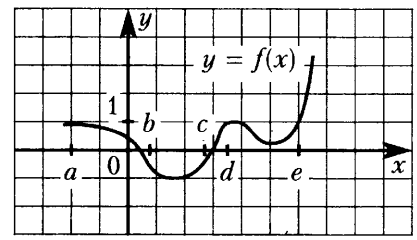
Ответ: _____

13 К правильной шестиугольной призме с ребром 1 приклеили правильную шестиугольную пирамиду с ребром 1 так, что грани оснований совпали. Сколько рёбер у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: _____

14 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Точки a, b, c, d и e задают на оси Ox интервалы. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



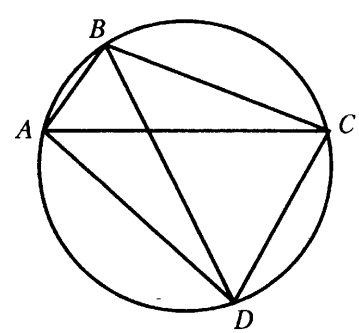
ИНТЕРВАЛЫ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ ИЛИ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a; b)$	1) значения функции положительны в каждой точке интервала
Б) $(b; c)$	2) значения производной функции отрицательны в каждой точке интервала
В) $(c; d)$	3) значения производной функции положительны в каждой точке интервала
Г) $(d; e)$	4) значения функции отрицательны в каждой точке интервала

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

15 Четырёхугольник вписан в окружность. Угол ABC равен 92°, угол CAD равен 60°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

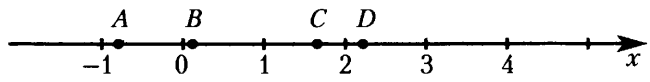


Ответ: _____

16 Даны два конуса. Радиус основания и высота первого конуса равны соответственно 9 и 4, а второго — 6 и 6. Во сколько раз объём первого конуса больше объёма второго?

Ответ: _____

17 На координатной прямой отмечены точки A, B, C и D. Число m равно $\log_4 6$. Установите соответствие между указанными точками и числами из правого столбца, которые им соответствуют.



ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $m - 2$
B	2) m^2
C	3) $\sqrt{m} - 1$
D	4) $\frac{3}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 В посёлке городского типа всего 17 жилых домов. Высота каждого дома меньше 25 метров, но не меньше 5 метров. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Разница в высоте любых двух жилых домов посёлка больше 6 метров.

2) В посёлке нет жилого дома высотой 4 метра.

3) В посёлке есть жилой дом высотой 25 метров.

4) Высота любого жилого дома в посёлке не меньше 3 метров.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

19 Найдите трёхзначное натуральное число, которое при делении на 4 и на 15 даёт равные ненулевые остатки и средняя цифра которого является средним арифметическим крайних цифр. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____

20 В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

за 5 золотых монет получить 7 серебряных и одну медную;

за 10 серебряных монет получить 7 золотых и одну медную.

У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 60 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Ответ: _____

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 4

Базовый уровень

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 **без пробелов, запятых и других дополнительных символов**. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\dfrac{2{,}7+5{,}8}{6{,}8}$.

Ответ: _____

2 Найдите значение выражения $\left(2\cdot 10^{2}\right)\cdot\left(1{,}1\cdot 10^{-2}\right)$.

Ответ: _____

3 Поступивший в продажу в феврале мобильный телефон стоил 2800 рублей. В сентябре он стал стоить 2520 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с февраля по сентябрь?

Ответ: _____

4 Среднее гармоническое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле $h=\left(\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}{3}\right)^{-1}$.

Найдите среднее гармоническое чисел $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$.

Ответ: _____

5 Найдите значение выражения $\log_2 64-\log_2 4$.

Ответ: _____

6 В летнем лагере 150 детей и 21 воспитатель. В одном автобусе можно перевозить не более 20 пассажиров. Какое наименьшее количество таких автобусов понадобится, чтобы за один раз перевезти всех из лагеря в город?

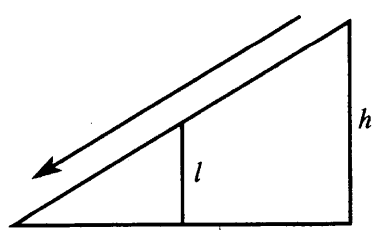
Ответ: _____

7 Найдите корень уравнения $-2(-5-3x)-5x=-2$.

Ответ: _____

8 Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 2,4 м. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____



9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) объём воды в озере Ханка	1) 18,3 км^3
Б) объём бутылки соевого соуса	2) 0,2 л
В) объём бассейна в спорткомплексе	3) 108 л
Г) объём ящика с яблоками	4) 900 м^3

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

10 В коробке вперемешку лежат чайные пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 9 раз больше, чем пакетиков с зелёным. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется пакетиком с зелёным чаем.

Ответ: _____

11 В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты:

Спортсмен	**Результат попытки, м**					
	I	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**
Лаптев	55,5	55	54	53	54,5	55,5
Монакин	52	51,5	53,5	53	54	54,5
Таль	49,5	49	50,5	51	51	52
Овсов	51	52	51	50,5	52,5	52

Места распределяются по результатам лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше. Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего четвёртое место?

Ответ: _____

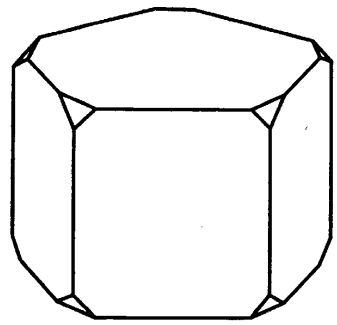
12 Автомобильный журнал определяет рейтинг автомобилей на основе показателей безопасности S, комфорта C, функциональности F, качества Q и дизайна D. Рейтинг вычисляется по формуле $R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}$. В таблице даны показатели трёх моделей автомобилей.

Модель автомобиля	**Безопасность**	**Комфорт**	**Функциональность**	**Качество**	**Дизайн**
А	1	2	1	4	2
Б	1	1	4	1	5
В	3	2	4	1	1

Найдите наивысший рейтинг автомобиля из представленных в таблице моделей.

Ответ: _____

13 От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рис.). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Ответ: _____

14 В таблице указаны доходы и расходы фирмы за 5 месяцев.

Месяц	Доход, тыс. руб.	Расход, тыс. руб.
Июль	115	110
Август	125	130
Сентябрь	140	120
Октябрь	120	110
Ноябрь	130	90

Пользуясь таблицей, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику доходов и расходов.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) август	1) расход в этом месяце больше, чем расход в предыдущем
Б) сентябрь	2) доход в этом месяце меньше, чем доход в предыдущем
В) октябрь	3) наибольший доход в период с августа по ноябрь
Г) ноябрь	4) наибольшая разница между доходом и расходом

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

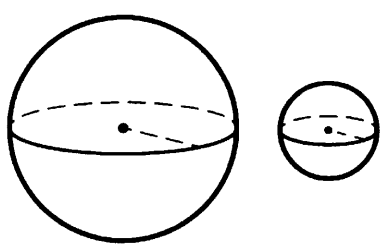
Ответ:

А	Б	В	Г

15 Найдите площадь ромба, если его высота равна 19, а острый угол 30°.

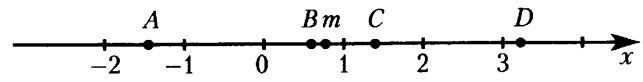
Ответ: _____

16 Даны два шара с радиусами 8 и 2. Во сколько раз объём большего шара больше объёма другого?



Ответ: _____

17 На прямой отмечено число m и точки A, B, C и D. Установите соответствие между указанными точками и числами в правом столбце, которые им соответствуют.



ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) m^2
B	2) $4 - m$
C	3) $\sqrt{m+1}$
D	4) $-\frac{2}{m}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующий числу номер.

Ответ:

A	B	C	D

18 В доме Мити больше этажей, чем в доме Маши, в доме Лены меньше этажей, чем в доме Маши, а в доме Толи больше этажей, чем в Ленином доме. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) В Митином доме больше этажей, чем в Ленином.
2) В доме Маши меньше этажей, чем в доме Лены.
3) Среди этих четырёх домов есть три с одинаковым количеством этажей.
4) Дом Лены самый малоэтажный среди перечисленных четырёх.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

19 Найдите четырёхзначное число, которое в 3 раза меньше куба некоторого натурального числа. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____

20 В корзине лежит 25 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 11 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 16 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Ответ: _____

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 5

Базовый уровень

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 **без пробелов, запятых и других дополнительных символов**. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $(7{,}6 - 3{,}1) \cdot 6{,}8$.

Ответ: _____

2 Найдите значение выражения $\dfrac{2^9 \cdot 3^8}{6^7}$.

Ответ: _____

3 В магазине вся мебель продаётся в разобранном виде. Покупатель может заказать сборку мебели на дому, стоимость которой составляет 5% от стоимости купленной мебели. Шкаф стоит 3500 рублей. Во сколько рублей обойдётся покупка этого шкафа вместе со сборкой?

Ответ: _____

4 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 541,5 Вт, а сила тока равна 9,5 А.

Ответ: _____

5 Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{288}}{3\sqrt{8}}$.

Ответ: _____

6 В школе есть двухместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 21 человек?

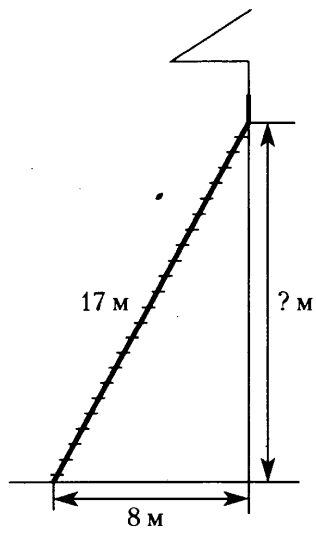
Ответ: _____

7 Найдите корень уравнения $\log_2(2x - 6) - \log_5 2 = \log_5 3$.

Ответ: _____

8 Пожарную лестницу длиной 17 м приставили к окну дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 8 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____



9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) масса мобильного телефона	1) 12,5 г
Б) масса одной ягоды клубники	2) 4 т
В) масса взрослого слона	3) 3 кг
Г) масса курицы	4) 100 г

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

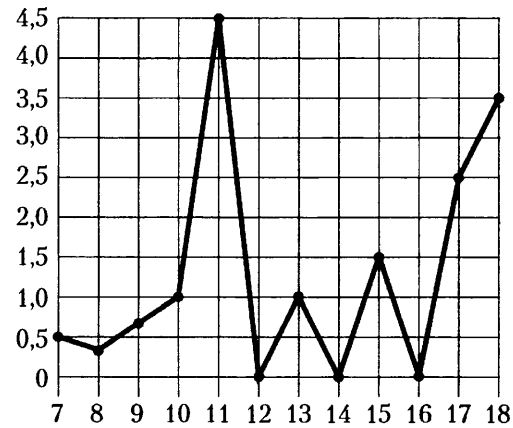
Ответ:

А	Б	В	Г

10 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____

11 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями. Определите по рисунку, какого числа выпало наибольшее количество осадков за данный период.



Ответ: _____

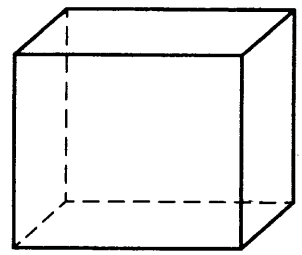
12 Телефонная компания предоставляет на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1минуту разговора
«Повременный»	Нет	0,25 руб.
«Комбинированный»	100 руб. за 350 мин.	0,2 руб. (сверх 350 мин. в месяц)
«Безлимитный»	150 руб. в месяц	Нет

Абонент предполагает, что общая длительность разговоров составит 700 минут в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить абонент за месяц, если общая длительность разговоров действительно будет равна 700 минутам?

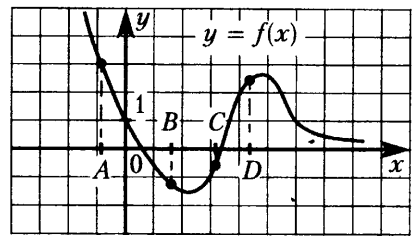
Ответ: _____

13 Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда с размерами 70 см × 20 см × 60 см. Сколько литров составляет объём аквариума? В одном литре 1000 кубических сантиметров.



Ответ: _____

14 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки A, B, C и D на оси Ox. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристики функции и её производной в этой точке.



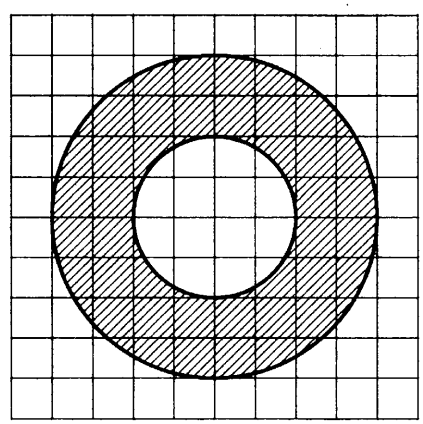
ТОЧКИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ И ПРОИЗВОДНОЙ
A	1) значение функции в точке положительно, а значение производной функции в точке отрицательно
B	2) значение функции в точке отрицательно, а значение производной функции в точке положительно
C	3) значение функции в точке отрицательно, и значение производной функции в точке отрицательно
D	4) значение функции в точке положительно, и значение производной функции в точке положительно

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

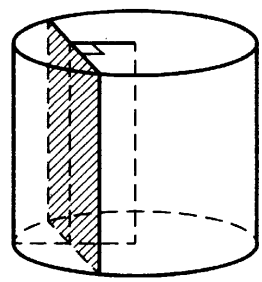
A	*B*	*C*	*D*

15 На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



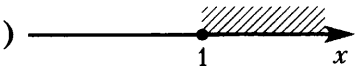
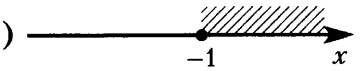
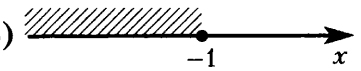
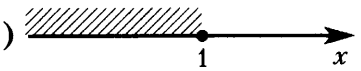
Ответ: _____

16 Радиус основания цилиндра равен 25, а его образующая равна 9. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 24. Найдите площадь этого сечения.



Ответ: _____

17 Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $3^x \geqslant 3$	1) 
Б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \geqslant 3$	2) 
В) $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leqslant 3$	3) 
Г) $3^x \leqslant 3$	4) 

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответ:

А	Б	В	Г

18 На зимней Олимпиаде сборная России завоевала медалей больше, чем сборная Канады, сборная Канады — больше, чем сборная Германии, а сборная Норвегии — меньше, чем сборная Канады. Выберите утверждения, которые верны при указанных условиях.

1) Среди названных сборных есть три, завоевавшие равное количество медалей.
2) Из названных сборных команда Канады заняла второе место по числу медалей.
3) Сборная России завоевала больше медалей, чем каждая из остальных трёх сборных.
4) Сборная Германии завоевала больше медалей, чем сборная России.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

19 Найдите трёхзначное число A, обладающее всеми следующими свойствами:
сумма цифр числа A делится на 7;
сумма цифр числа $A + 2$ делится на 7;
число A больше 300 и меньше 350.
В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Ответ: _____

20 Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3600 рублей, а за каждый следующий метр будет платить на 1400 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 8 метров?

Ответ: _____

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 6

Базовый уровень

Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания. Если ответом является последовательность цифр, то запишите эту последовательность в бланк ответов № 1 **без пробелов, запятых и других дополнительных символов.** Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\dfrac{1{,}3}{1+\frac{1}{12}}$.

Ответ: _____

2 Найдите значение выражения $6^2 \cdot \dfrac{6^3}{6^4}$.

Ответ: _____

3 В начале года число абонентов телефонной компании «Север» составляло 200 тыс. человек, а в конце года их стало 250 тыс. человек. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

Ответ: _____

4 Площадь треугольника со сторонами a, b, c можно найти по формуле Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \dfrac{a+b+c}{2}$. Найдите площадь треугольника со сторонами 25, 51, 74.

Ответ: _____

5 Найдите $\sin x$, если $\cos x = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$ и $0° < x < 90°$.

Ответ: _____

6 Таксист за месяц проехал 8000 км. Цена бензина 21 рубль за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 10 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

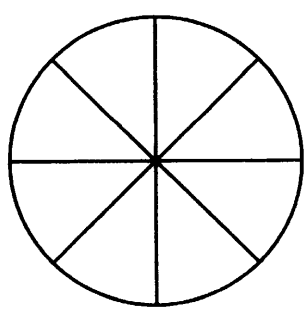
Ответ: _____

7 Найдите корень уравнения $\sqrt{13-2x} = 5$.

Ответ: _____

8 Колесо имеет 8 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.

Ответ: _____



9 Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) площадь тарелки	1) 17,7 тыс. кв. км
Б) площадь балкона в доме	2) 600 кв. см
В) площадь Ладожского озера	3) 300 кв. мм
Г) площадь одной стороны монеты	4) 5 кв. м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

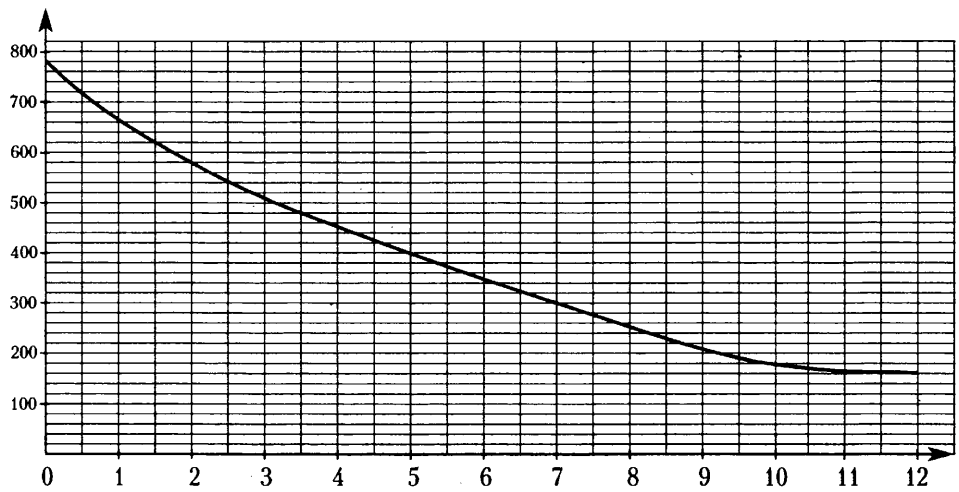
Ответ:

А	Б	В	Г

10 В группе туристов 10 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Ответ: _____

11 На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). Определите по графику, на какой высоте атмосферное давление равно 480 мм рт. ст. Ответ дайте в километрах.



Ответ: _____

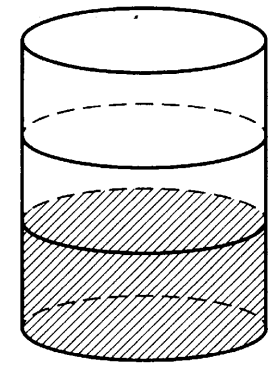
12 Для транспортировки 42 тонн груза на 1200 км можно воспользоваться услугами одной из трёх фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъёмность автомобилей каждого перевозчика указаны в таблице.

Перевозчик	**Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)**	**Грузоподъёмность одного автомобиля (тонны)**
А	3100	4
Б	4000	5,5
В	7600	10

Сколько рублей придётся заплатить за самую дешёвую перевозку?

Ответ: _____

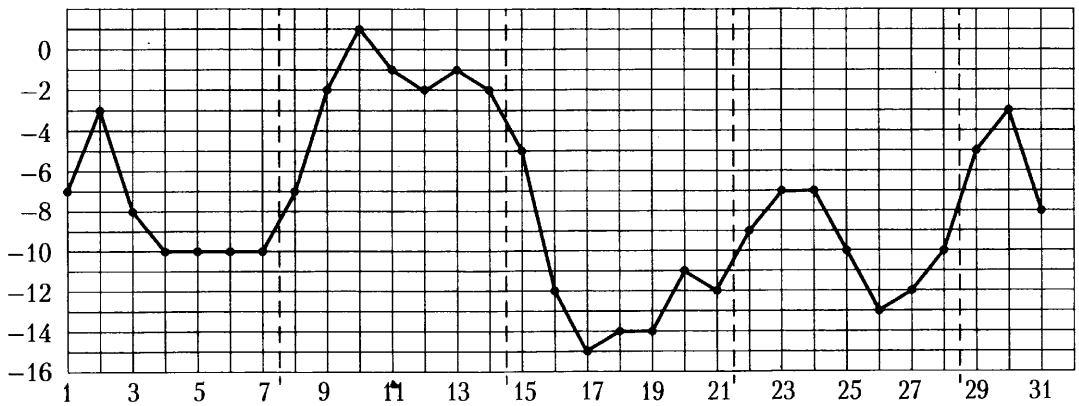
13 В бак, имеющий форму цилиндра, налито 10 л воды. После полного погружения в воду детали уровень воды в баке поднялся в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



Ответ: _____

14 На рисунке точками показана среднесуточная температура воздуха в Москве в январе 2011 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности точки соединены линией.

Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику изменения температуры.



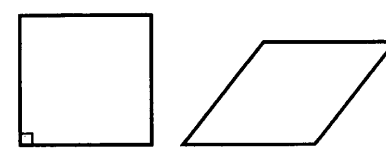
ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ
А) 1—7 января	1) в конце недели наблюдался рост среднесуточной температуры
Б) 8—14 января	2) во второй половине недели среднесуточная температура не изменялась
В) 15—21 января	3) среднесуточная температура достигла месячного минимума
Г) 22—28 января	4) среднесуточная температура достигла месячного максимума

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

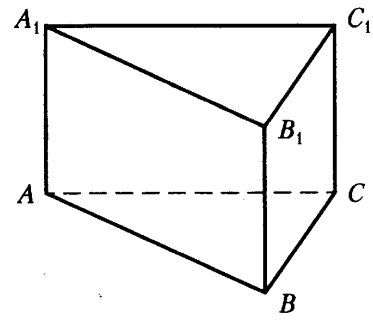
А	Б	В	Г

15 Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны. Найдите площадь ромба, если его острый угол равен 30°, а площадь квадрата равна 64.



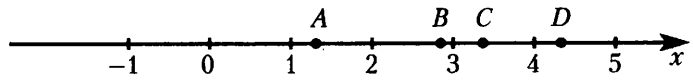
Ответ: _____

16 Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 5, а высота этой призмы равна $4\sqrt{3}$. Найдите объём призмы $ABCA_1B_1C_1$.



Ответ: _____

17 На прямой отмечены точки A, B, C и D. Каждой точке соответствует одно из чисел из правого столбца. Установите соответствие между указанными точками и числами.



ТОЧКИ	ЧИСЛА
A	1) $\sqrt{11}$
B	2) $\log_2 20$
C	3) $\frac{4}{3}$
D	4) $\left(\frac{7}{20}\right)^{-1}$

Впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Ответ:

A	B	C	D

18 В жилых домах, в которых больше 12 этажей, установлены электрические плиты вместо газовых. Выберите утверждения, которые верны при приведённом условии.

1) Если в доме установлены газовые плиты, то в этом доме более 13 этажей.
2) Если в доме больше 17 этажей, то в нём установлены газовые плиты.
3) Если в доме установлены газовые плиты, то в этом доме менее 13 этажей.
4) Если в доме установлены газовые плиты, то в нём не более 12 этажей.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____

19 Цифры четырёхзначного числа, кратного 5, записали в обратном порядке и получили второе четырёхзначное число. Затем из первого числа вычли второе и получили 1638. Приведите ровно один пример такого числа.

Ответ: _____

20 На поверхности глобуса фломастером проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?

Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.

Ответ: _____

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 1

Профильный уровень

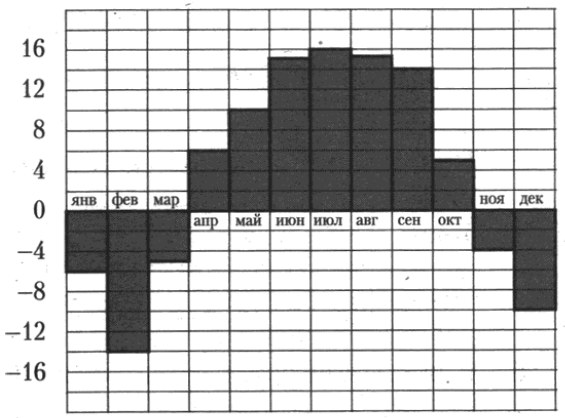
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Система навигации, встроенная в спинку самолетного кресла, информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 18 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

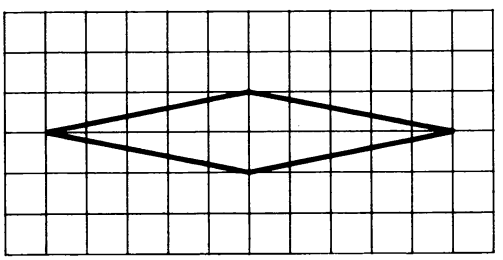
Ответ: _____

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Ярославле за каждый месяц 1995 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведённой диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в первой половине 1995 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите его площадь.



Ответ: _____

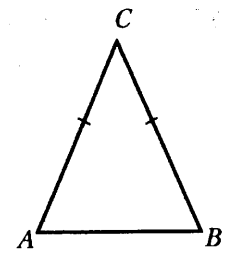
4 Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 бадминтонистов, среди которых 22 спортсмена из России, в том числе Андрей Чаев. Найдите вероятность того, что в первом туре Андрей Чаев будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

Ответ: _____

5 Найдите корень уравнения $3^{2x-16} = \frac{1}{81}$.

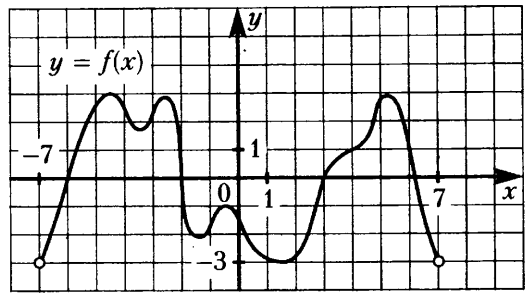
Ответ: _____

6 Угол при основании равнобедренного треугольника равен 75°. Боковая сторона треугольника равна 11. Найдите площадь этого треугольника.



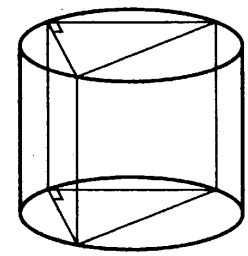
Ответ: _____

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции неотрицательна.



Ответ: _____

8 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 6. Боковые рёбра призмы равны $\frac{10}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.



Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\log_7 24{,}5 + \log_7 2$.

Ответ: _____

10 Чтобы получить на экране увеличенное изображение лампочки, в лаборатории используют собирающую линзу с главным фокусным расстоянием $f = 30$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: _____

11 Имеется два сплава. Первый содержит 10% кобальта, второй — 35% кобальта. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 250 кг, содержащий 25% кобальта. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____

12 Найдите наибольшее значение функции $y = -3\operatorname{tg}x + 6x - 1{,}5\pi + 8$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2\sin 2x}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 8$ и $BC = 6$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = \sqrt{21}$, $SA = \sqrt{85}$, $SD = \sqrt{57}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD.

15 Решите неравенство $\left(\log_2^2 x - 3\log_2 x\right)^2 + 66\log_2 x + 72 < 22\log_2^2 x$.

16 Точка B лежит на отрезке AC. Прямая, проходящая через точку A, касается окружности с диаметром BC в точке M и второй раз пересекает окружность с диаметром AB в точке D. Продолжение отрезка MB пересекает окружность с диаметром AB в точке D.

а) Докажите, что прямые AD и MC параллельны.

б) Найдите площадь треугольника DBC, если $AK = 3$ и $MK = 12$.

17 Строительство нового завода обходится в 75 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0{,}5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При реализации продукции завода по цене p тыс. рублей за единицу прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0{,}5x^2 + x + 7)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более чем за 3 года?

18 Найдите все значения a, при которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 5x + y^2 - y - |x - 5y + 5| = 52, \\ y - 2 = a(x - 5) \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19 В одном из заданий на конкурсе бухгалтеров требуется выдать премии сотрудникам некоторого отдела на общую сумму 600 000 рублей (размер премии каждого сотрудника — целое число, кратное 1000). Бухгалтеру поручают распределение премий, и он должен выдать их без сдачи и размена, имея 100 купюр по 1000 рублей и 100 купюр по 5000 рублей.

а) В отделе 40 сотрудников. Удастся ли выполнить задание так, чтобы все сотрудники получили поровну?

б) Удастся ли выполнить задание, если ведущему специалисту надо выдать 40 000 рублей, а остальное поделить поровну на 70 сотрудников?

в) При каком наибольшем количестве сотрудников в отделе задание удастся выполнить при любом распределении размеров премий?

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 2

Профильный уровень

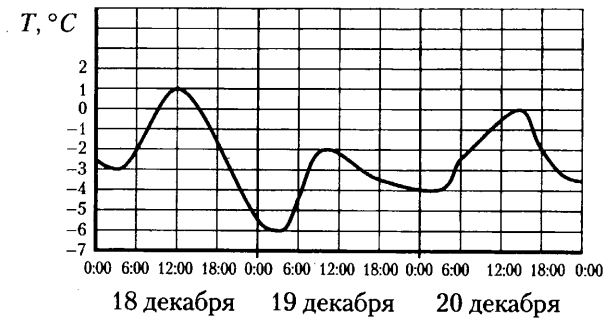
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 На автозаправке клиент отдал кассиру 800 рублей и залил в бак 25 литров бензина. Цена бензина 31 руб. 50 коп. за литр. Какую сдачу должен получить клиент? Ответ дайте в рублях.

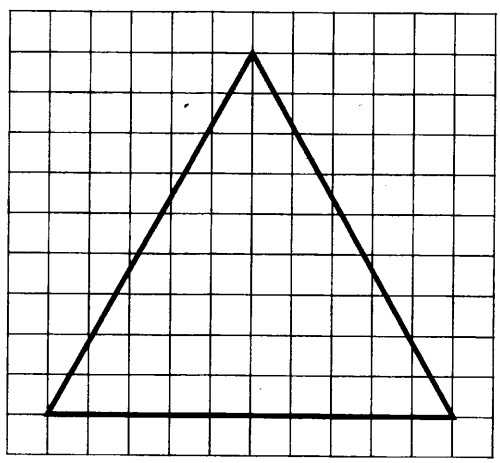
Ответ: _____

2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 20 декабря. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



Ответ: _____

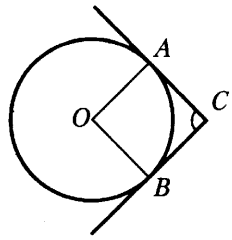
4 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Ответ: _____

5 Найдите корень уравнения $5^{-5-x} = 125$.

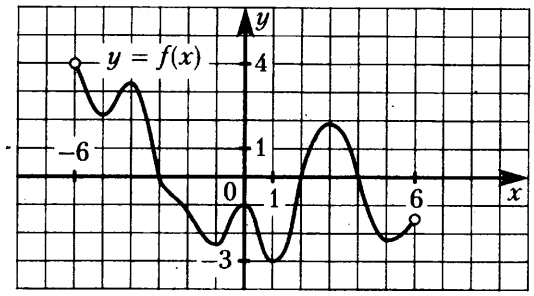
Ответ: _____

6 Через концы A и B дуги окружности с центром O проведены касательные AC и BC. Меньшая дуга AB равна 61°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



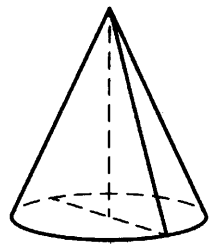
Ответ: _____

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-5{,}5; 1{,}5]$.



Ответ: _____

8 Высота конуса равна 12, а диаметр основания равен 10. Найдите образующую конуса.



Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt{13}+\sqrt{5}\right)^2}{72+8\sqrt{65}}$.

Ответ: _____

10 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 495 МГц. Скорость погружения батискафа v вычисляется по формуле $v = c\cdot\dfrac{f-f_0}{f+f_0}$, где $c = 1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемых импульсов, f — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 15 м/с.

Ответ: _____

11 Заказ на изготовление 221 детали первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей изготавливает второй рабочий за час, если известно, что первый за час изготавливает на 4 детали больше?

Ответ: _____

12 Найдите наибольшее значение функции $y = 7\operatorname{tg}x - 7x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0{,}75$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

14 Сторона основания AB правильной треугольной пирамиды $SABC$ равна 60, а боковое ребро SA равно 37. Точки M и N — середины рёбер SA и SB соответственно. Плоскость α перпендикулярна плоскости основания пирамиды, причём прямая MN лежит в плоскости α.

а) Докажите, что медиана CE основания делится плоскостью α в отношении $5:1$, считая от точки C.

б) Найдите расстояние от вершины A до плоскости α.

15 Решите неравенство $\frac{3^x - 1}{3^x - 3} \leqslant 1 + \frac{1}{3^x - 2}$.

16 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ точка M лежит на стороне BC так, что точки B и C являются вершинами равнобедренных треугольников с основаниями AM и DM соответственно, а прямые AM и MD перпендикулярны.

а) Докажите, что биссектрисы углов при вершинах B и C четырёхугольника $ABCD$ пересекаются на стороне AD.

б) Пусть N — точка пересечения этих биссектрис. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если известно, что площадь четырёхугольника, стороны которого лежат на прямых AM, DM, BN и CN, равна 18 и $BM:MC = 1:3$.

17 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 9 млн рублей?

18 Найдите все такие значения a, что система

$$\begin{cases} y^2 - x - 2 = |x^2 - x - 2|, \\ x - y = a \end{cases}$$

имеет не менее трёх решений.

19 а) Приведите пример четырёхзначного числа, сумма цифр которого в 10 раз меньше произведения цифр этого числа.

б) Существует ли такое четырёхзначное число, сумма цифр которого в 175 раз меньше произведения цифр этого числа?

в) Найдите все четырёхзначные числа, сумма цифр которых в 50 раз меньше произведения цифр этого числа.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 3

Профильный уровень

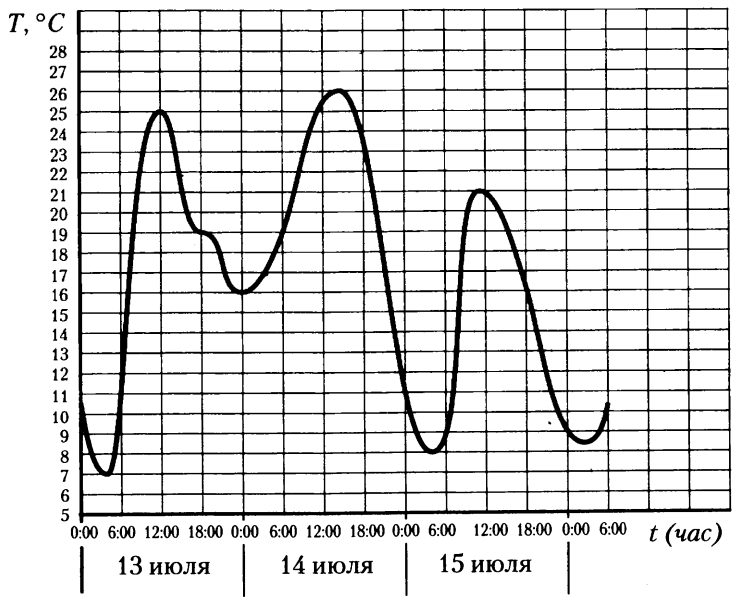
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Тетрадь стоит 8 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 80 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

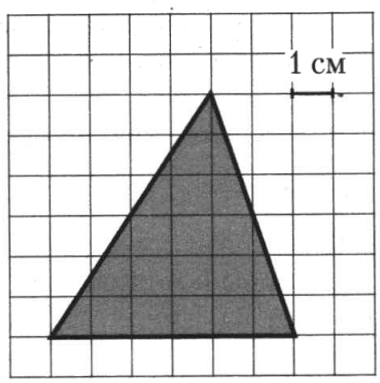
Ответ: _____

2 На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трёх суток. По горизонтали указывается дата и время, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3 Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

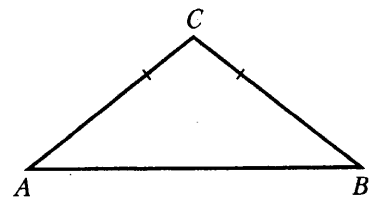


Ответ: _____

4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 17 пассажиров, равна 0,9. Вероятность того, что окажется меньше 14 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 14 до 16.

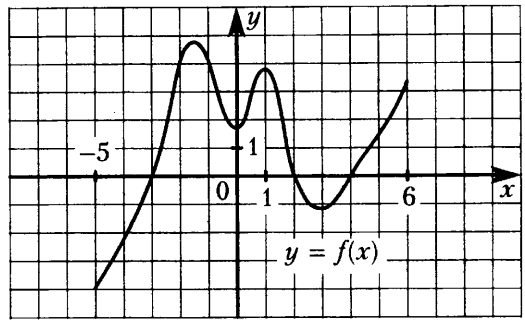
5 Найдите корень уравнения $\log_4(5-x) = 2$.

6 Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 150°. Боковая сторона треугольника равна 18. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____

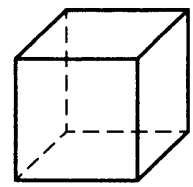
7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____

8 Объём куба равен 512. Найдите площадь его поверхности.

Ответ: _____



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $5\operatorname{tg}48° \cdot \operatorname{tg}42°$.

Ответ: _____

10 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,3 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____

11 Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 525 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____

12 Найдите точку минимума функции $y = (x + 64)e^{x-64}$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\left(\sqrt{2}\cos^2 x - \cos x\right)\sqrt{-6\sin x} = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right)$.

14 Радиус основания конуса с вершиной P равен 6, а длина его образующей равна 7. На окружности основания конуса выбраны точки A и B, делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как 1:2. Найдите площадь сечения конуса плоскостью ABP.

15 Решите неравенство $9^{x+\frac{1}{9}} - 4\cdot 3^{x+\frac{10}{9}} + 27 \geqslant 0$.

16 На гипотенузе KL равнобедренного прямоугольного треугольника вне треугольника KLM построен квадрат $KLPQ$. Прямая PQ пересекает гипотенузу KL в точке N.

а) Докажите, что $KN:NL = 1:2$.

б) Прямая, проходящая через точку N перпендикулярно PQ, пересекает отрезок KQ в точке R. Найдите KR, если $KQ = 9$.

17 Иван взял кредит в банке на срок 5 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Иваном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. За весь срок кредитования Иван выплатил банку в общей сложности 16 250 рублей. Какую сумму он взял в кредит?

18 Найдите все значения a, при каждом из которых множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x^2 - 2a < 4, \\ 2x + a \geqslant -4, \\ x + a < 2 \end{cases}$$

содержит все числа из отрезка $[-1; 0]$.

19 Про некоторый набор, состоящий из 11 различных натуральных чисел, известно, что сумма любых двух различных чисел этого набора меньше суммы любых трёх различных чисел этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число 3000?

б) Может ли одним из этих чисел быть число 16?

в) Какое наименьшее возможное значение может принимать сумма чисел такого набора?

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 4

Профильный уровень

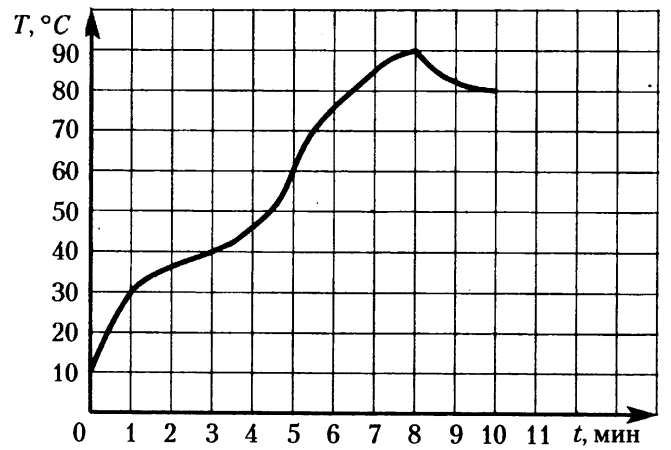
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 48 км в час? Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.

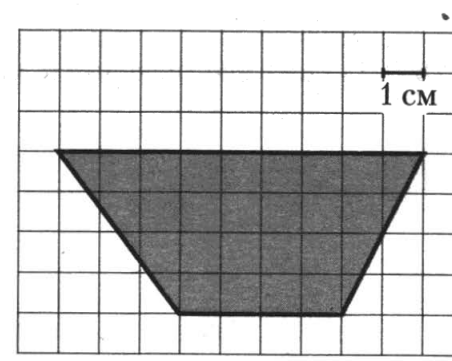
Ответ: _____

2 На графике показано изменение температуры в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался от температуры 60°C до температуры 90°C.



Ответ: _____

3 Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см. (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: _____

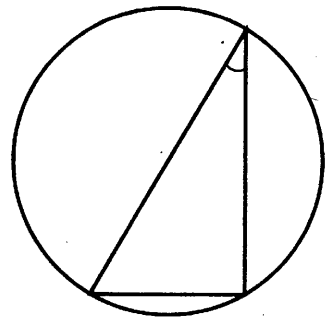
4 В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 13 из них встречается вопрос по теме «Производная». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме «Производная».

Ответ: _____

5 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{3+x} = 9$.

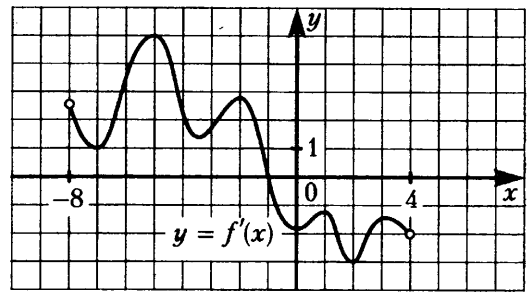
Ответ: _____

6 Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную радиусу окружности. Ответ дайте в градусах.



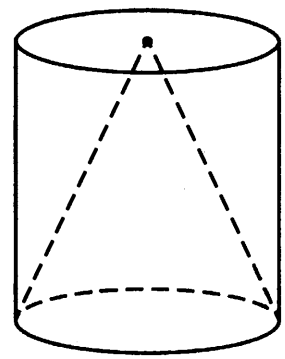
Ответ: _____

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$, производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____

8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 18. Найдите объём цилиндра.



Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\log_4 13 \cdot \log_{13} 16$.

Ответ: _____

10 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 6$ м — начальный уровень воды, $a = \frac{1}{150}$ м/мин^2, и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин— постоянные, t— время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ дайте в минутах.

Ответ: _____

11 Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 80 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 2 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 2 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____

12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 18x^2 + 81x + 76$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\dfrac{4\sin^2 x - 3}{\sqrt{11\operatorname{tg} x}} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE:EA_1 = 2:3$.

а) Постройте пересечение плоскостей BED_1 и ABC.

б) Найдите угол наклона плоскости BED_1 к плоскости основания призмы.

15 Решите неравенство $\log_{x^2}(x-1)^2 \leqslant 1$.

16 На диагонали LN параллелограмма $KLMN$ отмечены точки P и Q, причём $LP = PQ = QN$.

а) Докажите, что прямые KP и PQ проходят через середины сторон параллелограмма.

б) Найдите отношение площади параллелограмма $KLMN$ к площади пятиугольника $MRPQS$, где R — точка пересечения KP со стороной LM, S — точка пересечения KQ с MN.

17 Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Сергеем банку.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a+3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

имеет решения, и определите то решение, которое получается только при единственном значении параметра a.

19 Из 40 последовательных нечётных чисел 1, 3, 5, ... , 79 выбрали 7 различных чисел, которые записали в порядке возрастания. Пусть A — четвёртое по величине среди этих чисел, а B — среднее арифметическое выбранных семи чисел.

а) Может ли $B - A$ равняться $\dfrac{2}{7}$?

б) Может ли $B - A$ равняться $\dfrac{3}{7}$?

в) Найдите наибольшее возможное значение $B - A$.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 5

Профильный уровень

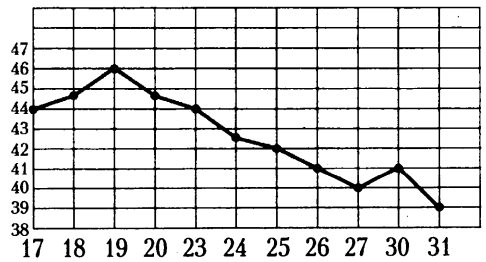
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Для покраски 1 кв. м потолка требуется 200 г краски. Краска продаётся в банках по 1,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 52 кв. м?

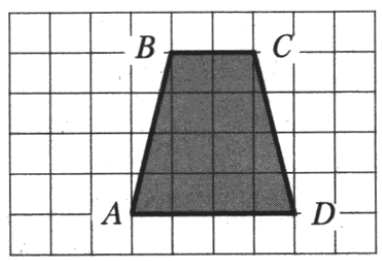
Ответ: _____

2 На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов была наименьшей за данный период.



Ответ: _____

3 Найдите среднюю линию трапеции $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.



Ответ: _____

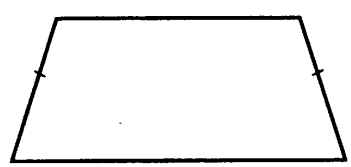
4 Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 2% бракованных стекла, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Ответ: _____

5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{1}{15-2x}} = \frac{1}{3}$.

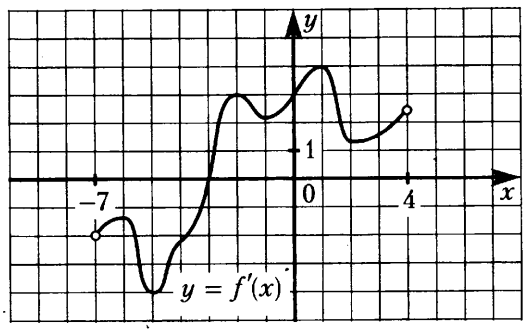
Ответ: _____

6 Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 17, а её площадь равна 144. Найдите периметр трапеции.



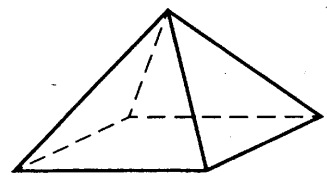
Ответ: _____

7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 4)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $(-6; 1)$.



Ответ: _____

8 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите $6\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = 0{,}8$.

Ответ: _____

10 При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 12{,}5$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t) = l_0(1 + \alpha \cdot t)$, где $\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}(°C)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____

11 Смешали 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____

12 Найдите точку минимума функции $y = -18x^2 - x^3 + 77$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\left(\sqrt{2}\sin x + 1\right)\sqrt{-5\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина, $AB = 8$, $SC = 6$. Точка M принадлежит ребру SA, точка K — ребру SC, причём $AM:MS = CK:KS = 1:2$.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью BMK.

б) Найдите угол между плоскостями BMK и ABC.

15 Решите неравенство $(0{,}5x - 2)^{-4} - 0{,}25x^2 > 4 - 2x$.

16 Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H.

а) Докажите, что $\angle AHB_1 = \angle ACB$.

б) Найдите BC, если $AH = 8\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60°$.

17 Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.

18 Найдите все положительные значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 2a + 3)^2 + (y - a)^2 = 2{,}25, \\ (x + 3)^2 + (y - a)^2 = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа 2, 3, 5, то на доске будет выписан набор 2, 3, 5, 5, 7, 8, 10.

а) На доске выписан набор -13, -8, -6, -1, 2, 7. Какие числа были задуманы?

б) Для некоторых различных задуманных чисел в наборе, выписанном на доске, число 0 встречается ровно 7 раз. Какое наименьшее количество чисел могло быть задумано?

в) Для некоторых задуманных чисел на доске выписан набор. Всегда ли по этому набору можно однозначно определить задуманные числа?

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ ВАРИАНТ 6

Профильный уровень

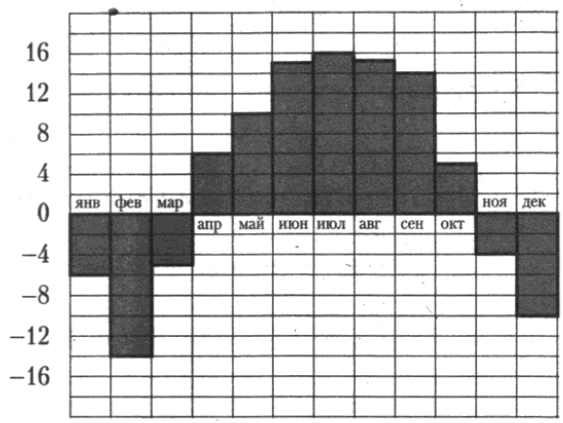
Ответом к заданиям 1—12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1 Только 94% из 28 000 выпускников города правильно решили задачу B2. Сколько человек правильно решили задачу B2?

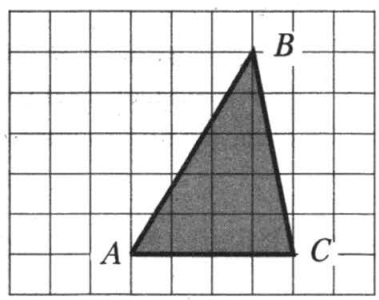
Ответ: _____

2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, на сколько градусов средняя температура в июле была выше средней температуры в феврале. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: _____

3 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AB.



Ответ: _____

4 В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из США, 16 из Мексики, остальные из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Ответ: _____

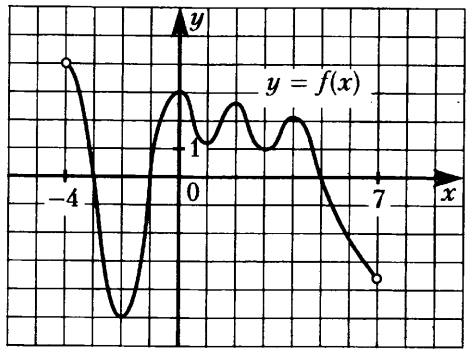
5 Найдите корень уравнения $(x-3)^3 = 8$.

Ответ: _____

6 Площадь параллелограмма равна 36, две его стороны равны 12 и 24. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

Ответ: _____

7 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-4; 7)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____

8 Найдите угол AC_1C прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, для которого $AB = 8$, $AD = 15$, $AA_1 = 17$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

9 Найдите значение выражения $\sqrt{18}\cos^2\frac{7\pi}{8} - \sqrt{18}\sin^2\frac{7\pi}{8}$.

Ответ: _____

10 В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 108$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление задаётся формулой $R_{\text{общ}} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 60 Ом. Ответ выразите в омах.

Ответ: _____

11 Расстояние между городами А и В равно 510 км. Из города А в город В со скоростью 70 км/ч выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 80 км/ч второй автомобиль. На каком расстоянии от города А автомобили встретятся? Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____

12 Найдите наименьшее значение функции $y = -8x + 4\operatorname{tg}x + 2\pi + 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Для записи решений и ответов на задания 13—19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - \sqrt{2}\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - 1 = 0$.

б) Укажите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$.

14 В треугольной пирамиде $MABC$ основанием является правильный треугольник ABC, ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 6, а ребро MA равно $6\sqrt{2}$. На ребре AC находится точка D, а на ребре AB находится точка E. Известно, что $AD = 4$, $BE = 2$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и середину ребра MA.

15 Решите неравенство $25^x - 26 \cdot 5^x + 25 \geqslant 0$.

16 На сторонах KN и LM параллелограмма $KLMN$ взяты соответственно точки P и Q, причём P — середина KN, а $LQ : QN = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямые KQ и KM делят отрезок BM на три равные части.

б) Найдите площадь четырёхугольника, образованного пересечениями прямых KQ, KM, LN и LM, если площадь параллелограмма $KLMN$ равна 40.

17 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 11 028 930 рублей в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Сергей переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

18 Найдите все значения a, при каждом из которых неравенство

$$x^2 + 2|x + a| + 4x \leqslant -a$$

имеет единственное целочисленное решение. Для найденных значений a выпишите это решение.

19 На окружности некоторым образом расставили натуральные числа от 4 до 30 (каждое число поставлено по одному разу). Затем для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 14?

б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 13?

в) Помимо полученных разностей, для каждой пары чисел, стоящих через одно, нашли разность большего и меньшего. Для какого наибольшего целого числа k можно так расставить числа, чтобы все разности были не меньше k?

ОТВЕТЫ

1.1. Рациональные уравнения и выражения

1.1.1. −3. **1.1.2.** 9,5. **1.1.3.** 22. **1.1.4.** −3. **1.1.5.** 1,1. **1.1.6.** 9. **1.1.7.**10. **1.1.8.** −2. **1.1.9.** 3,5. **1.1.10.** 10. **1.1.11.** 7. **1.1.12.** −5. **1.1.13.** 2. **1.1.14.** 3,5. **1.1.15.** 2. **1.1.16.** −3. **1.1.17.** −1. **1.1.18.** −2. **1.1.19.** −1. **1.1.20.** 10. **1.1.21.** −2. **1.1.22.** 1. **1.1.23.** 2. **1.1.24.** −1. **1.1.25.** 100. **1.1.26.** 84. **1.1.27.** 400. **1.1.28.** 860. **1.1.29.** 1. **1.1.30.** 5. **1.1.31.** 4,83. **1.1.32.** 17,23. **1.1.33.** 0,27. **1.1.34.** 0,12. **1.1.35.** 40. **1.1.36.** 4. **1.1.37.** 3. **1.1.38.** 4. **1.1.39.** 3. **1.1.40.** 4. **1.1.41.** 10. **1.1.42.** 16. **1.1.43.** 10. **1.1.44.** 18. **1.1.45.** 11. **1.1.46.** 3. **1.1.47.** 6. **1.1.48.** 26. **1.1.49.** 17. **1.1.50.** 34. **1.1.51.** 125. **1.1.52.** 90. **1.1.53.** 4. **1.1.54.** 25. **1.1.55.** 69. **1.1.56.** 72. **1.1.57.** 96. **1.1.58.** 108. **1.1.59.** 40. **1.1.60.** 60. **1.1.61.** 4. **1.1.62.** 9. **1.1.63.** 12. **1.1.64.** 15. **1.1.65.** 6. **1.1.66.** 8.

1.2. Иррациональные уравнения и выражения

1.2.1. 4. **1.2.2.** 3. **1.2.3.** 16. **1.2.4.** 105. **1.2.5.** 4. **1.2.6.** −6. **1.2.7.** 6. **1.2.8.** 3. **1.2.9.** 2. **1.2.10.** −10. **1.2.11.** 2. **1.2.12.** 2. **1.2.13.** 21. **1.2.14.** 3. **1.2.15.** −4. **1.2.16.** 6. **1.2.17.** 2. **1.2.18.** −8. **1.2.19.** 55. **1.2.20.** 11. **1.2.21.** −279. **1.2.22.** −2. **1.2.23.** 7. **1.2.24.** 13 500. **1.2.25.** 24 500. **1.2.26.** 11,25. **1.2.27.** 21,25.

1.3. Степенные уравнения и выражения

1.3.1. 1. **1.3.2.** 2. **1.3.3.** 5. **1.3.4.** 4. **1.3.5.** 49. **1.3.6.** 3. **1.3.7.** 64. **1.3.8.** 7. **1.3.9.** 25. **1.3.10.** 9. **1.3.11.** 1,5. **1.3.12.** 125. **1.3.13.** 243. **1.3.14.** 2,25. **1.3.15.** 10. **1.3.16.** 45. **1.3.17.** 8. **1.3.18.** 1. **1.3.19.** 2. **1.3.20.** 0,25. **1.3.21.** 1296. **1.3.22.** 4. **1.3.23.** 121. **1.3.24.** 1,5. **1.3.25.** 1. **1.3.26.** 108. **1.3.27.** 3,2. **1.3.28.** 6. **1.3.29.** 0. **1.3.30.** 7. **1.3.31.** 4,5. **1.3.32.** 5. **1.3.33.** 6,5. **1.3.34.** 3,5. **1.3.35.** 3,5. **1.3.36.** −0,5. **1.3.37.** 1. **1.3.38.** 2,5. **1.3.39.** 20. **1.3.40.** 32. **1.3.41.** 0,5. **1.3.42.** 0,2.

1.4. Тригонометрические уравнения и выражения

1.4.1. −0,5. **1.4.2.** −0,5. **1.4.3.** −0,36. **1.4.4.** 45,08. **1.4.5.** −3. **1.4.6.** −0,2. **1.4.7.** 4. **1.4.8.** 81. **1.4.9.** 3. **1.4.10.** −64. **1.4.11.** −24. **1.4.12.** −4,76. **1.4.13.** −41. **1.4.14.** −45. **1.4.15.** 51. **1.4.16.** 10. **1.4.17.** 35. **1.4.18.** −48. **1.4.19.** −35. **1.4.20.** −28. **1.4.21.** 17. **1.4.22.** 24. **1.4.23.** 1. **1.4.24.** −12. **1.4.25.** −18. **1.4.26.** −30. **1.4.27.** −0,5. **1.4.28.** −7,5. **1.4.29.** 2. **1.4.30.** −6. **1.4.31.** −2. **1.4.32.** −1. **1.4.33.** −3. **1.4.34.** 1. **1.4.35.** 90. **1.4.36.** 45. **1.4.37.** 15. **1.4.38.** 60.

1.5. Логарифмические уравнения и выражения

1.5.1. 3. **1.5.2.** 3. **1.5.3.** −2,5. **1.5.4.** −2. **1.5.5.** 1. **1.5.6.** 3. **1.5.7.** 7. **1.5.8.** −0,5. **1.5.9.** 72. **1.5.10.** 343. **1.5.11.** 9. **1.5.12.** 4. **1.5.13.** −4. **1.5.14.** 4. **1.5.15.** 2. **1.5.16.** 3. **1.5.17.** −1. **1.5.18.** 3. **1.5.19.** 2. **1.5.20.** 2. **1.5.21.** −1. **1.5.22.** 1331. **1.5.23.** 8. **1.5.24.** 7. **1.5.25.** 7. **1.5.26.** 9. **1.5.27.** −348. **1.5.28.** −13. **1.5.29.** 3. **1.5.30.** 4. **1.5.31.** −0,4. **1.5.32.** −11. **1.5.33.** 2. **1.5.34.** 2. **1.5.35.** 8. **1.5.36.** −1,5. **1.5.37.** −3. **1.5.38.** −3. **1.5.30.** 14. **1.5.40.** 54. **1.5.41.** 26.

2.1. Текстовые задачи

2.1.1. 20. **2.1.2.** 95. **2.1.3.** 14. **2.1.4.** 9. **2.1.5.** 18. **2.1.6.** 6. **2.1.7.** 16. **2.1.8.** 14. **2.1.9.** 54. **2.1.10.** 18. **2.1.11.** 2. **2.1.12.** 5. **2.1.13.** 3. **2.1.14.** 3. **2.1.15.** 9800. **2.1.16.** 295 200. **2.1.17.** 185. **2.1.18.** 60. **2.1.19.** 1. **2.1.20.** 7. **2.1.21.** 2. **2.1.22.** 5. **2.1.23.** 312. **2.1.24.** 700. **2.1.25.** 248,2. **2.1.26.** 91. **2.1.27.** 5. **2.1.28.** 8. **2.1.29.** 487. **2.1.30.** 660. **2.1.31.** 4104. **2.1.32.** 3564. **2.1.33.** 5280. **2.1.34.** 10 200. **2.1.35.** 393. **2.1.36.** 415. **2.1.37.** 660. **2.1.38.** 540. **2.1.39.** 3960. **2.1.40.** 7400. **2.1.41.** 550. **2.1.42.** 930. **2.1.43.** 2452. **2.1.44.** 11 916. **2.1.45.** 1725. **2.1.46.** 3850. **2.1.47.** 7. **2.1.48.** 12. **2.1.49.** 1400. **2.1.50.** 1900. **2.1.51.** 8. **2.1.52.** 10. **2.1.53.** 25. **2.1.54.** 30. **2.1.55.** 15 270. **2.1.56.** 2032. **2.1.57.** 19 125. **2.1.58.** 22 050. **2.1.59.** 4000. **2.1.60.** 6670. **2.1.61.** 2. **2.1.62.** 4. **2.1.63.** 168. **2.1.64.** 180. **2.1.65.** 231. **2.1.66.** 56. **2.1.67.** 11 895. **2.1.68.** 7015. **2.1.69.** 35. **2.1.70.** 32,4. **2.1.71.** 37,5. **2.1.72.** 77,5. **2.1.73.** 8550. **2.1.74.** 21 450. **2.1.75.** 2. **2.1.76.** 2,25. **2.1.77.** 8606. **2.1.78.** 4956. **2.1.79.** 0,75. **2.1.80.** 14. **2.1.81.** 75.

2.2. Графики и диаграммы

2.2.1. −7. **2.2.2.** 18. **2.2.3.** 4. **2.2.4.** 18. **2.2.5.** 6. **2.2.6.** 30. **2.2.7.** 1005. **2.2.8.** 1,94. **2.2.9.** −2. **2.2.10.** −20. **2.2.11.** 30. **2.2.12.** 420 000. **2.2.13.** 800 000. **2.2.14.** 12. **2.2.15.** 8. **2.2.16.** 9. **2.2.17.** 4. **2.2.18.** 8. **2.2.19.** 12. **2.2.20.** 13. **2.2.21.** 11. **2.2.22.** 4. **2.2.23.** 3. **2.2.24.** 2. **2.2.25.** 10. **2.2.26.** 5.

2.3. Вероятность

2.3.1. 0,4. **2.3.2.** 0,48. **2.3.3.** 0,25. **2.3.4.** 0,14. **2.3.5.** 0,5. **2.3.6.** 0,35. **2.3.7.** 0,4. **2.3.8.** 0,32. **2.3.9.** 0,84. **2.3.10.** 0,97. **2.3.11.** 0,986. **2.3.12.** 0,9. **2.3.13.** 0,93. **2.3.14.** 0,4. **2.3.15.** 0,16. **2.3.16.** 0,5. **2.3.17.** 0,25. **2.3.18.** 0,08. **2.3.19.** 0,11. **2.3.20.** 0,25. **2.3.21.** 0,375. **2.3.22.** 0,25. **2.3.23.** 0,375. **2.3.24.** 0,5. **2.3.25.** 0,25. **2.3.26.** 0,14. **2.3.27.** 0,07. **2.3.28.** 0,5. **2.3.29.** 0,5. **2.3.30.** 0,16. **2.3.31.** 0,168. **2.3.32.** 0,59049. **2.3.33.** 0,00243. **2.3.34.** 0,0064. **2.3.35.** 0,25. **2.3.36.** 0,2. **2.3.37.** 0,25. **2.3.38.** 0,25. **2.3.39.** 0,19. **2.3.40.** 0,43. **2.3.41.** 0,12. **2.3.42.** 0,05. **2.3.43.** 0,039. **2.3.44.** 0,028. **2.3.45.** 0,999. **2.3.46.** 0,9991. **2.3.47.** 0,46. **2.3.48.** 0,58. **2.3.49.** 0,0575. **2.3.50.** 0,0494. **2.3.51.** 0,3611. **2.3.52.** 0,5235. **2.3.53.** 0,25. **2.3.54.** 0,0625. **2.3.55.** 0,25. **2.3.56.** 0,5.

3.1. Длины

3.1.1. 29. **3.1.2.** 12. **3.1.3.** 12,5. **3.1.4.** 20. **3.1.5.** 24. **3.1.6.** 13. **3.1.7.** 10. **3.1.8.** 43. **3.1.9.** 36. **3.1.10.** 5. **3.1.11.** 6. **3.1.12.** 10. **3.1.13.** 10. **3.1.14.** 22. **3.1.15.** 126. **3.1.16.** 7. **3.1.17.** 17. **3.1.18.** 33. **3.1.19.** 34. **3.1.20.** 32. **3.1.21.** 15. **3.1.22.** 94. **3.1.23.** 8,5. **3.1.24.** 14. **3.1.25.** 40. **3.1.26.** 16. **3.1.27.** 20. **3.1.28.** 11. **3.1.29.** 4. **3.1.30.** 6. **3.1.31.** 4. **3.1.32.** 5. **3.1.33.** 10. **3.1.34.** 9,5. **3.1.35.** 17. **3.1.36.** 14.

3.2. Углы

3.2.1. 88. **3.2.2.** 73. **3.2.3.** 26. **3.2.4.** 57. **3.2.5.** 37. **3.2.6.** 64. **3.2.7.** 174. **3.2.8.** 55. **3.2.9.** 75. **3.2.10.** 72. **3.2.11.** 27. **3.2.12.** 42. **3.2.13.** 45. **3.2.14.** 55. **3.2.15.** 56. **3.2.16.** 61. **3.2.17.** 68. **3.2.18.** 36. **3.2.19.** 13. **3.2.20.** 82. **3.2.21.** 1. **3.2.22.** 123. **3.2.23.** 93. **3.2.24.** 151. **3.2.25.** 175. **3.2.26.** 117. **3.2.27.** 104. **3.2.28.** 124. **3.2.29.** 45. **3.2.30.** 30. **3.2.31.** 78. **3.2.32.** 48. **3.2.33.** 124. **3.2.34.** 116. **3.2.35.** 48. **3.2.36.** 64. **3.2.37.** 63. **3.2.38.** 8. **3.2.39.** 72. **3.2.40.** 38. **3.2.41.** 18. **3.2.42.** 60. **3.2.43.** 174. **3.2.44.** 32. **3.2.45.** 110. **3.2.46.** 40. **3.2.47.** 33. **3.2.48.** 56. **3.2.49.** 106.

3.3. Тригонометрия

3.3.1. 0,1. **3.3.2.** 0,75. **3.3.3.** 1,5. **3.3.4.** 2,4. **3.3.5.** 0,75. **3.3.6.** 0,8. **3.3.7.** 0,28. **3.3.8.** 0,75. **3.3.9.** 0,8. **3.3.10.** 0,5. **3.3.11.** 3. **3.3.12.** 2,7. **3.3.13.** 4. **3.3.14.** 5. **3.3.15.** 4. **3.3.16.** 4. **3.3.17.** 15. **3.3.18.** 32. **3.3.19.** 4. **3.3.20.** 12. **3.3.21.** 0,7. **3.3.22.** 0,7. **3.3.23.** 8. **3.3.24.** 20. **3.3.25.** 30. **3.3.26.** 12. **3.3.27.** 0,7. **3.3.28.** 0,55. **3.3.29.** −0,4. **3.3.30.** −0,37. **3.3.31.** −3. **3.3.32.** −8. **3.3.33.** −2,5. **3.3.34.** −0,25. **3.3.35.** 0,6. **3.3.36.** 0,5. **3.3.37.** −0,96. **3.3.38.** 3. **3.3.39.** 9. **3.3.40.** 18. **3.3.41.** 16,5. **3.3.42.** 2. **3.3.43.** 12. **3.3.44.** 0,6. **3.3.45.** 9. **3.3.46.** 0,75. **3.3.47.** 4.

3.4. Площади

3.4.1. 56. **3.4.2.** 36. **3.4.3.** 121. **3.4.4.** 400. **3.4.5.** 12. **3.4.6.** 30. **3.4.7.** 25. **3.4.8.** 64. **3.4.9.** 26,25. **3.4.10.** 127,5. **3.4.11.** 48. **3.4.12.** 234. **3.4.13.** 84. **3.4.14.** 192. **3.4.15.** 1. **3.4.16.** 4. **3.4.17.** 6. **3.4.18.** 1,5. **3.4.19.** 36. **3.4.20.** 45. **3.4.21.** 512. **3.4.22.** 264,5. **3.4.23.** 99. **3.4.24.** 59,5. **3.4.25.** 84. **3.4.26.** 27. **3.4.27.** 10. **3.4.28.** 78. **3.4.29.** 84,5. **3.4.30.** 120. **3.4.31.** 84. **3.4.32.** 150. **3.4.33.** 0,25. **3.4.34.** 100. **3.4.35.** 2. **3.4.36.** 7,5. **3.4.37.** 6. **3.4.38.** 2. **3.4.39.** 4,5. **3.4.40.** 3,5. **3.4.41.** 2,5. **3.4.42.** 9. **3.4.43.** 4. **3.4.44.** 13,5. **3.4.45.** 14. **3.4.46.** 9. **3.4.47.** 8. **3.4.48.** 2. **3.4.49.** 4. **3.4.50.** 10. **3.4.51.** 10. **3.4.52.** 9. **3.4.53.** 4. **3.4.54.** 2,5. **3.4.55.** 10,5. **3.4.56.** 38. **3.4.57.** 16. **3.4.58.** 264. **3.4.59.** 32.

3.5. Стереометрия

3.5.1. 60. **3.5.2.** 60. **3.5.3.** 60. **3.5.4.** 0,8. **3.5.5.** 5. **3.5.6.** 13. **3.5.7.** 3. **3.5.8.** 13. **3.5.9.** 2. **3.5.10.** 1. **3.5.11.** 14. **3.5.12.** 8. **3.5.13.** 24. **3.5.14.** 32. **3.5.15.** 6. **3.5.16.** 12. **3.5.17.** 13. **3.5.18.** 60. **3.5.19.** 78. **3.5.20.** 110. **3.5.21.** 6. **3.5.22.** 21. **3.5.23.** 5. **3.5.24.** 260. **3.5.25.** 72,25. **3.5.26.** 144. **3.5.27.** 156,25. **3.5.28.** 256. **3.5.29.** 80. **3.5.30.** 5,5. **3.5.31.** 289. **3.5.32.** 400. **3.5.33.** 18. **3.5.34.** 35. **3.5.35.** 120. **3.5.36.** 12. **3.5.37.** 40. **3.5.38.** 400. **3.5.39.** 84. **3.5.40.** 288. **3.5.41.** 336. **3.5.42.** 1200. **3.5.43.** 24. **3.5.44.** 99. **3.5.45.** 9. **3.5.46.** 91. **3.5.47.** 800. **3.5.48.** 1152. **3.5.49.** 19. **3.5.50.** 41. **3.5.51.** 2. **3.5.52.** 38. **3.5.53.** 9. **3.5.54.** 121. **3.5.55.** 40. **3.5.56.** 51. **3.5.57.** 18. **3.5.58.** 300. **3.5.59.** 60. **3.5.60.** 2. **3.5.61.** 48. **3.5.62.** 1296. **3.5.63.** 6. **3.5.64.** 4. **3.5.65.** 224. **3.5.66.** 16. **3.5.67.** 119. **3.5.68.** 3,5. **3.5.69.** 11. **3.5.70.** 126. **3.5.71.** 1. **3.5.72.** 45. **3.5.73.** 90. **3.5.74.** 40. **3.5.75.** 81. **3.5.76.** 18. **3.5.77.** 35. **3.5.78.** 42. **3.5.79.** 6. **3.5.80.** 49. **3.5.81.** 21. **3.5.82.** 6. **3.5.83.** 364,5. **3.5.84.** 343. **3.5.85.** 1000. **3.5.86.** 50. **3.5.87.** 325. **3.5.88.** 252. **3.5.89.** 3. **3.5.90.** 52. **3.5.91.** 99. **3.5.92.** 6. **3.5.93.** 240. **3.5.94.** 1500. **3.5.95.** 144. **3.5.96.** 5. **3.5.97.** 4. **3.5.98.** 13,5. **3.5.99.** 1,125. **3.5.100.** 315. **3.5.101.** 260. **3.5.102.** 64. **3.5.103.** 125.

4.1. Геометрический и физический смысл производной

4.1.1. 1,5. **4.1.2.** 5,5. **4.1.3.** 0. **4.1.4.** 3. **4.1.5.** 1,5. **4.1.6.** 0,25. **4.1.7.** −1. **4.1.8.** −0,25. **4.1.9.** 4. **4.1.10.** −2; 4. **4.1.11.** 6. **4.1.12.** 4. **4.1.13.** 12. **4.1.14.** −19. **4.1.15.** 14. **4.1.16.** 2. **4.1.17.** −3. **4.1.18.** 6. **4.1.19.** 8. **4.1.20.** 9. **4.1.21.** 2. **4.1.22.** 7. **4.1.23.** 34. **4.1.24.** 4. **4.1.25.** 4.

4.2. Техника дифференцирования

4.2.1. 3. **4.2.2.** 0,25. **4.2.3.** 8. **4.2.4.** 32. **4.2.5.** −8. **4.2.6.** −16. **4.2.7.** −3. **4.2.8.** 1,6. **4.2.9.** 12. **4.2.10.** 45. **4.2.11.** 5,4. **4.2.12.** −95. **4.2.13.** −130. **4.2.14.** 21. **4.2.15.** 31. **4.2.16.** 0,25. **4.2.17.** 3. **4.2.18.** −9,75. **4.2.19.** −0,25. **4.2.20.** 0,25. **4.2.21.** 2,5. **4.2.22.** 2,25. **4.2.23.** 10,5. **4.2.24.** 3. **4.2.25.** 18. **4.2.26.** 27. **4.2.27.** 13. **4.2.28.** −37. **4.2.29.** −2. **4.2.30.** 4,5. **4.2.31.** 3. **4.2.32.** 2,25. **4.2.33.** 12. **4.2.34.** 5. **4.2.35.** −68. **4.2.36.** −12. **4.2.37.** 2. **4.2.38.** 4. **4.2.39.** −5. **4.2.40.** −4. **4.2.41.** 1. **4.2.42.** 1. **4.2.43.** −2,5. **4.2.44.** 2. **4.2.45.** 1. **4.2.46.** 0. **4.2.47.** −1. **4.2.48.** 4.

4.3. Исследование функций

4.3.1. 3. **4.3.2.** 2. **4.3.3.** 3. **4.3.4.** 4. **4.3.5.** 3. **4.3.6.** 4. **4.3.7.** 5. **4.3.8.** 1. **4.3.9.** 1. **4.3.10.** 5. **4.3.11.** 6. **4.3.12.** 3. **4.3.13.** −3. **4.3.14.** −3. **4.3.15.** 3. **4.3.16.** 4. **4.3.17.** 1. **4.3.18.** 0. **4.3.19.** −5. **4.3.20.** 8. **4.3.21.** 48. **4.3.22.** 51. **4.3.23.** 6. **4.3.24.** −22. **4.3.25.** −30. **4.3.26.** 15. **4.3.27.** 6,25. **4.3.28.** 256. **4.3.29.** 54. **4.3.30.** −253. **4.3.31.** 0. **4.3.32.** 11. **4.3.33.** 0. **4.3.34.** −22,25. **4.3.35.** 43. **4.3.36.** −42. **4.3.37.** 21. **4.3.38.** −35,5. **4.3.39.** 4. **4.3.40.** 6. **4.3.41.** 0. **4.3.42.** −10.

4.4. Первообразная

4.4.1. 40,5. **4.4.2.** −5. **4.4.3.** 16. **4.4.4.** 41,5. **4.4.5.** −241. **4.4.6.** 17. **4.4.7.** 42. **4.4.8.** −67,25. **4.4.9.** −14. **4.4.10.** −98,2. **4.4.11.** 14,5. **4.4.12.** −25,5. **4.4.13.** −15. **4.4.14.** 17. **4.4.15.** −19. **4.4.16.** −6. **4.4.17.** −45. **4.4.18.** −2,6. **4.4.19.** 3. **4.4.20.** −22. **4.4.21.** 10. **4.4.22.** 9. **4.4.23.** 3. **4.4.24.** 5. **4.4.25.** −1. **4.4.26.** 4. **4.4.27.** 36. **4.4.28.** 13,5. **4.4.29.** 9. **4.4.30.** 12,5. **4.4.31.** 24. **4.4.32.** −16,5.

5.1. Тригонометрические уравнения

5.1.1. а) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{2\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$. **5.1.2.** а) $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{6}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$. **5.1.3.** а) $\frac{2\pi n}{3}$; $\frac{\pi}{5}+\frac{2\pi k}{5}$, $n,k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{10\pi}{3}$; $\frac{17\pi}{5}$. **5.1.4.** а) $\frac{2\pi n}{3}$; $\frac{2\pi k}{5}$, $n,k\in\mathbb{Z}$; б) 15. **5.1.5.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$; $2\pi k$, $n,k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{\pi}{3}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$. **5.1.6.** а) $\operatorname{arctg}\frac{2}{5}+\pi n$; $-\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+\pi k$, $n,k\in\mathbb{Z}$; б) $\pi+\operatorname{arctg}\frac{2}{5}+2\pi l$; $\pi-\operatorname{arctg}\frac{1}{3}+2\pi m$, $l,m\in\mathbb{Z}$. **5.1.7.** а) $(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{6}$. **5.1.8.** а) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{2\pi}{3}$. **5.1.9.** а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n$; $\pi+2\pi k$, $n,k\in\mathbb{Z}$; б) $-\pi$. **5.1.10.** а) $\pm\frac{7\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{19\pi}{6}$. **5.1.11.** а) πn, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+\pi k$, $\frac{5\pi}{6}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{6}$; 2π; $\frac{13\pi}{6}$. **5.1.12.** $\pm\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{6}$. **5.1.13.** а) πn, $n\in\mathbb{Z}$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) -4π; $-\frac{10\pi}{3}$; -3π; $-\frac{8\pi}{3}$. **5.1.14.** а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}$. **5.1.15.** а) $\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{2}$. **5.1.16.** а) $\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{10\pi}{3}$; $-\frac{8\pi}{3}$. **5.1.17.** а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{6}$. **5.1.18.** а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{6}$, $\frac{17\pi}{6}$.

5.2. Системы неравенств

5.2.1. $\left(-5;-2\sqrt{5}\right]$, 0, $\left[2\sqrt{5};5\right)$. **5.2.2.** $(-\infty;0]$, $(\log_3 2;1)$. **5.2.3.** $(-\infty;\log_7 4)$, $(1;\log_7 9]$. **5.2.4.** $(-1;3]$. **5.2.5.** 0, $(1;2)$. **5.2.6.** 0, $(1;\log_2 3)$. **5.2.7.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$, $\left(-\sqrt{2};-1\right]$, 0, $\left[1;\sqrt{2}\right)$, $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$. **5.2.8.** $\left(\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right)$, $(8;32)$. **5.2.9.** −2, $[1;+\infty)$. **5.2.10.** $\left[0;\frac{1}{6}\right)$, 6. **5.2.11.** 2. **5.2.12.** 6. **5.2.13.** $[-3;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(1;3]$. **5.2.14.** $[-\log_2 5;-2)$, $(-2;0)$, $(0;2)$, $[3;+\infty)$. **5.2.15.** $\left(0;\frac{1}{8}\right]$, $\left[\frac{1}{4};\log_5 2\right]$. **5.2.16.** $[-2;-1)$, $\left[-\frac{1}{2};0\right)$, $(0;1)$.

5.3. Уравнения и неравенства с параметром

5.3.1. 5. **5.3.2.** $a > 0$: $x = \frac{6a+3+\sqrt{32a+9}}{2}$; $a \in \left[-\frac{9}{32}; 0\right]$: $x = \frac{6a+3\pm\sqrt{32a+9}}{2}$; при прочих a корней нет. **5.3.3.** ± 1; $\pm\sqrt{7}$. **5.3.4.** $a \in [-2; 0) \cup (0; 1) \cup \left(1; \sqrt[3]{4}\right)$. **5.3.5.** $a \in (1; 7]$. **5.3.6.** $a \in \left(\frac{1}{2}; 4+\sqrt{6}\right)$. **5.3.7.** $-2 < a < -\sqrt{2}$, $\sqrt{2} < a < 2$. **5.3.8.** $-\sqrt{5} < a < -\sqrt{3}$; $\sqrt{3} < a < \sqrt{5}$. **5.3.9.** $a = \frac{4}{5}$; $a > \frac{5}{6}$. **5.3.10.** $a \leqslant -\frac{57}{16}$. **5.3.11.** $-6 < a \leqslant 1$; $a = 8$; $9 \leqslant a < 10$. **5.3.12.** $a \leqslant -5$; $a = 5$; $a \geqslant 11$. **5.3.13.** $1 < a < 2$. **5.3.14.** $-5 \leqslant a < 5\sqrt{2} - 10$. **5.3.15.** $-5\sqrt{5} < a \leqslant -5$; $5 \leqslant a < 5\sqrt{5}$. **5.3.16.** $-\frac{7}{4} \leqslant a \leqslant 8$. **5.3.17.** $1 - \sqrt{10} < a < -2$; $a = 0$. **5.3.18.** $1 \leqslant a < 2$. **5.3.19.** $0 < a \leqslant 1$. **5.3.20.** $0 < a \leqslant 1$.

5.4. Планиметрия

5.4.1. б) 13 или $\frac{130}{3}$. **5.4.2.** $\frac{7}{2}$ или $\frac{51}{26}$. **5.4.3.** $\sqrt{2}$ или $\sqrt{6}$. **5.4.4.** б) $3 \pm 2\sqrt{2}$. **5.4.5.** б) $6\sqrt{7} - 9\sqrt{3}$ или $6 + 3\sqrt{3}$. **5.4.6.** б) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **5.4.7.** б) $\frac{25}{24}$ или $\frac{25}{12}$. **5.4.8.** б) $\frac{30}{13}$ или 10. **5.4.9.** б) 4 или $\frac{260}{59}$. **5.4.10.** б) 2 или 5. **5.4.11.** б) 17,5 или 42,5. **5.4.12.** б) 11,2. **5.4.13.** б) 96. **5.4.14.** б) 3. **5.4.15.** б) $\frac{116}{7}$. **5.4.16.** б) $\frac{115}{6}$. **5.4.17.** б) $\sqrt{10}$. **5.4.18.** б) 30.

5.5. Стереометрия

5.5.1. $2\operatorname{arctg}\frac{60}{91}$. **5.5.2.** $\operatorname{arctg}\frac{17}{40}$. **5.5.3.** $\frac{120}{13}$. **5.5.4.** $\frac{24}{5}$. **5.5.5.** 6. **5.5.6.** $\frac{36}{5}$. **5.5.7.** 4. **5.5.8.** 30°. **5.5.9.** $2\arcsin\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **5.5.10.** $\operatorname{arctg}\frac{4}{3} + \operatorname{arctg}\frac{2}{3}$. **5.5.11.** $\arccos\frac{12\sqrt{7}}{35}$. **5.5.12.** $\operatorname{arctg}\frac{6}{5}$. **5.5.13.** $\operatorname{arctg}\frac{15}{32}$. **5.5.14.** 90°. **5.5.15.** $\operatorname{arctg}3$. **5.5.16.** $\frac{\sqrt{193}}{5}$. **5.5.17.** 80. **5.5.18.** б) $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{17}}{3}$. **5.5.19.** б) $\frac{80\sqrt{3}}{3}$. **5.5.20.** б) $8 + 2\sqrt{2}$. **5.5.21.** б) 44. **5.5.22.** б) $\arccos\frac{14}{55}$. **5.5.23.** б) 30°. **5.5.24.** б) $\frac{12}{5}$.

5.6. Арифметика и алгебра

5.6.1. 585. **5.6.2.** 68 или 86. **5.6.3.** 2, 6, 42, 1806. **5.6.4.** (2; 1), (1; 2), (2; 2). **5.6.5.** (2; 3), (3; 5; 7). **5.6.6.** 1 и 4131. **5.6.7.** 1 и 875. **5.6.8.** $a = 3$, $b = 2$; $a = 7$, $b = 2$. **5.6.9.** а) да; б) 10; в) $\frac{9}{19}$. **5.6.10.** а) 23; б) 2645. **5.6.11.** а) да; б) нет; в) 26. **5.6.12.** а) например, 15 раз число 19 и число 78; б) нет; в) 1650. **5.6.13.** а) да; б) нет; в) 18,5. **5.6.14.** а) да; б) нет; в) $38\frac{1}{7}$. **5.6.15.** а) да; б) да; в) 15. **5.6.16.** а) например, 2529; б) нет; в) число 8655 и все числа, получаемые из него перестановкой цифр (всего 12 чисел). **5.6.17.** а) да; б) нет; в) 20. **5.6.18.** а) да; б) нет; в) $6\frac{1}{7}$.

5.7. Экономические задачи

5.7.1. 500. **5.7.2.** 12,5%. **5.7.3.** $p = 9$. **5.7.4.** 10. **5.7.5.** 80,5 млн рублей. **5.7.6.** 20,25 млн рублей. **5.7.7.** 5. **5.7.8.** 10. **5.7.9.** 20. **5.7.10.** 25. **5.7.11.** 3. **5.7.12.** 0,8 млн рублей.

Тренировочный вариант 1 (базовый уровень)

1. 0,1. **2.** 90,23. **3.** 650. **4.** 650. **5.** 3. **6.** 10. **7.** 2. **8.** 17,5. **9.** 3241. **10.** 0,2. **11.** 4. **12.** 2310. **13.** 880. **14.** 4312. **15.** 8. **16.** 60. **17.** 4132. **18.** 21. **19.** 24 662, 46 552, 24 552. **20.** 5.

Тренировочный вариант 2 (базовый уровень)

1. 3. **2.** 16. **3.** 5000. **4.** 60. **5.** 6. **6.** 7. **7.** 3. **8.** 155. **9.** 2314. **10.** 0,02. **11.** 4,5. **12.** 125, 152, 215, 251, 512, 521, 356, 365, 536, 563, 635, 653. **13.** 686. **14.** 3241. **15.** 83. **16.** 360. **17.** 4132. **18.** 13. **19.** 2232, 2322, 3222. **20.** 11.

Тренировочный вариант 3 (базовый уровень)

1. 1,12. **2.** 2. **3.** 95. **4.** 208. **5.** 25. **6.** 2370. **7.** 5. **8.** 12. **9.** 1243. **10.** 0,35. **11.** 20. **12.** 15, 51, 123, 132, 213, 231, 312, 321. **13.** 24. **14.** 2431. **15.** 32. **16.** 1,5. **17.** 1324. **18.** 24. **19.** 123, 543, 963. **20.** 5.

Тренировочный вариант 4 (базовый уровень)

1. 1,25. **2.** 2,2. **3.** 10. **4.** 0,25. **5.** 4. **6.** 9. **7.** -12. **8.** 1,2. **9.** 1432. **10.** 0,1. **11.** 52. **12.** 0,48. **13.** 0,54. **14.** 1324. **15.** 722. **16.** 64. **17.** 4231. **18.** 41. **19.** 1125, 1944, 3087, 4608, 6561, 9000. **20.** 15.

Тренировочный вариант 5 (базовый уровень)

1. 30,6. **2.** 12. **3.** 3675. **4.** 6. **5.** 2. **6.** 11. **7.** 6. **8.** 15. **9.** 4123. **10.** 0,55. **11.** 11. **12.** 150. **13.** 84. **14.** 1324. **15.** 48. **16.** 126. **17.** 1324. **18.** 23. **19.** 329, 338. **20.** 68 000.

Тренировочный вариант 6 (базовый уровень)

1. 1,2. **2.** 6. **3.** 25. **4.** 300. **5.** 0,4. **6.** 16 800. **7.** -6. **8.** 45. **9.** 2431. **10.** 0,2. **11.** 3,5. **12.** 384 000. **13.** 6000. **14.** 2431. **15.** 32. **16.** 75. **17.** 2431. **18.** 34. **19.** 7045, 7155, 7265, 7375, 7485, 7595. **20.** 432.

Тренировочный вариант 1 (профильный уровень)

1. 5490. **2.** 14. **3.** 10. **4.** 0,28. **5.** 6. **6.** 30,25. **7.** 8. **8.** 152,5. **9.** 2. **10.** 36. **11.** 50. **12.** 5. **13.** а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{5\pi}{6}$; $-\frac{\pi}{2}$. **14.** б) $\arccos\frac{14}{55}$. **15.** $\left(\frac{1}{8};\frac{1}{2}\right)$, (16; 64). **16.** б) 30. **17.** $p=9$. **18.** $-\frac{7}{4}\leqslant a\leqslant 8$. **19.** а) да; б) нет; в) 26.

Тренировочный вариант 2 (профильный уровень)

1. 12,5. **2.** 4. **3.** 6. **4.** 0,32. **5.** -8. **6.** 119. **7.** 5. **8.** 13. **9.** 0,25. **10.** 505. **11.** 13. **12.** 5. **13.** а) $-\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6}+2\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{6}$; $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{13\pi}{6}$. **14.** б) $5\sqrt{3}$. **15.** $(-\infty;0]$, $(\log_3 2;1)$. **16.** б) 100. **17.** 80,5 млн рублей. **18.** $1-\sqrt{10}<a<-2$; $a=0$. **19.** а) например, 2529; б) нет; в) число 8655 и все числа, получаемые из него перестановкой цифр (всего 12 чисел).

Тренировочный вариант 3 (профильный уровень)

1. 576. **2.** 21. **3.** 18. **4.** 0,34. **5.** -11. **6.** 81. **7.** 5. **8.** 384. **9.** 5. **10.** 2,4. **11.** 25. **12.** -65. **13.** а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; πm, $m\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{7\pi}{2}$; $\frac{15\pi}{4}$. **14.** б) $3\sqrt{66}$. **15.** $\left(-\infty;\frac{8}{9}\right]$, $\left[\frac{17}{9};+\infty\right)$. **16.** б) 2. **17.** 12 500. **18.** $-\sqrt{2}\leqslant a<2$. **19.** а) да; б) нет; в) 242.

Тренировочный вариант 4 (профильный уровень)

1. 30. **2.** 3. **3.** 26. **4.** 0,35. **5.** -5. **6.** 30. **7.** -7. **8.** 54. **9.** 2. **10.** 30. **11.** 8. **12.** 3. **13.** а) $-\frac{\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{4\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{5\pi}{3}$; $-\frac{2\pi}{3}$. **14.** б) $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{13}}{3}$. **15.** $(-1;0)$, $(0;0{,}5]$, $(1;+\infty)$. **16.** б) 3. **17.** 60. **18.** $a\geqslant -4$; $x=-1{,}5$ при $a=2{,}25$. **19.** а) да; б) нет; в) $\frac{198}{7}$.

Тренировочный вариант 5 (профильный уровень)

1. 7. **2.** 31. **3.** 3. **4.** 0,031. **5.** 3. **6.** 50. **7.** -3. **8.** 736. **9.** 1,68. **10.** 40. **11.** 28. **12.** -12. **13.** а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{2}$. **14.** б) $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{10}}{12}$. **15.** $(2;4)$, $(4;6)$. **16.** б) 24. **17.** 18%. **18.** $a=2{,}5$. **19.** а) -8, -5, 7; б) 7; в) нет.

Тренировочный вариант 6 (профильный уровень)

1. 26 320. **2.** 30. **3.** 2. **4.** 0,24. **5.** 5. **6.** 3. **7.** 6. **8.** 45. **9.** 3. **10.** 135. **11.** 350. **12.** 5. **13.** а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{3\pi}{4}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{4}$; 2π; 3π. **14.** б) $\sqrt{39}$. **15.** $(-\infty;0]$, $[2;+\infty)$. **16.** б) 9. **17.** 4 513 182,3 рубля. **18.** Если $-1\leqslant a<0$, то $x=-1$; если $\frac{5}{3}<a\leqslant\frac{8}{3}$, то $x=-3$; если $a=3$, то $x=-3$. **19.** а) нет; б) да; в) 8.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 3

1. Алгебра . . . 7

1.1. Рациональные уравнения и выражения . . . 7
1.2. Иррациональные уравнения и выражения . . . 12
1.3. Степенные уравнения и выражения . . . 13
1.4. Тригонометрические уравнения и выражения . . . 16
1.5. Логарифмические уравнения и выражения . . . 18

2. Практико-ориентированные задачи . . . 20

2.1. Текстовые задачи . . . 20
2.2. Графики и диаграммы . . . 30
2.3. Вероятность . . . 38

3. Геометрия . . . 43

3.1. Длины . . . 43
3.2. Углы . . . 46
3.3. Тригонометрия . . . 48
3.4. Площади . . . 50
3.5. Стереометрия . . . 56

4. Начала математического анализа . . . 62

4.1. Геометрический и физический смысл производной . . . 62
4.2. Техника дифференцирования . . . 66
4.3. Исследование функций . . . 68
4.4. Первообразная . . . 74

5. Задачи повышенной сложности . . . 79

5.1. Тригонометрические уравнения . . . 79
5.2. Неравенства и системы неравенств . . . 80
5.3. Уравнения и неравенства с параметром . . . 81
5.4. Планиметрия . . . 83
5.5. Стереометрия . . . 85
5.6. Арифметика и алгебра . . . 87
5.7. Экономические задачи . . . 89

Справочные материалы по математике (базовый уровень) . . . 91

Тренировочные варианты ЕГЭ (базовый уровень) . . . 95

Тренировочный вариант 1 . . . 95
Тренировочный вариант 2 . . . 99
Тренировочный вариант 3 . . . 103
Тренировочный вариант 4 . . . 107
Тренировочный вариант 5 . . . 111
Тренировочный вариант 6 . . . 115

Тренировочные варианты ЕГЭ (профильный уровень) . . . 119

Тренировочный вариант 1 . . . 119
Тренировочный вариант 2 . . . 122
Тренировочный вариант 3 . . . 125
Тренировочный вариант 4 . . . 128
Тренировочный вариант 5 . . . 131
Тренировочный вариант 6 . . . 134

Ответы . . . 137

ДЛЯ ЗАМЕТОК