Арифметический способ.

СЛАЙД 3. ***Задача 1. В сосуд, содержащий 5 литров 12 процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?***

Рассмотрим три способа решения этой задачи.

Первый способ.

Представим, что раствор отстоялся.

$5+7=12(л)$ – объем получившегося раствора

$5\cdot 0{,}12=0{,}6(л)$ – объем чистого вещества в первом растворе.

$\frac{0{,}6}{12}\cdot 100=5\%$ – концентрация получившегося раствора**.**

Второй способ. По формуле.

$$p=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}$$

$$p=\frac{12\cdot 5+0\cdot 7}{5+7}=\frac{60}{12}=5\%$$

где $p_1; p_2$ – концентрация первого и второго растворов соответственно.

$V_1;V_2$ – объемы первого и второго растворов соответственно

Третий способ.

Объем раствора увеличился в 2,4 раза (было 5 л., стало 12 л. 12:5 = 2,4), содержание вещества не изменилось, поэтому процентная концентрация получившегося раствора уменьшилась в 2,4 раза.12:2,4=5(%)

Ответ: 5 %.

СЛАЙД 4. ***Задача 2. Сколько литров воды нужно добавить в 2 л водного раствора, содержащего 60% кислоты, чтобы получить 20 процентный раствор кислоты?***

Объем чистой кислоты в растворе не меняется, процентное содержание кислоты в растворе уменьшится в 3 раза (60:20=3)

Объем раствора увеличится в 3раза:2·3=6(л)

6 – 2 = 4 (л) воды нужно добавить.

Ответ: 4 л.

СЛАЙД 5. Задача 3. ***Смешали 4 литра 15 процентного водного раствора с 6 литрами 25 процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?***

Рассмотрим два способа решения этой задачи.

Первый способ. По формуле.

$$p=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}$$

$$p = \frac{15 \cdot 4 + 25 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{210}{10} = 21\%$$

где $p_1; p_2$ – концентрация первого и второго растворов соответственно.
$V_1; V_2$ – объемы первого и второго растворов соответственно.

Второй способ.

$4 + 6 = 10(л)$ – объем получившегося раствора.

$0{,}15 \cdot 4 = 0{,}6(л)$ – объем чистого вещества в четырех литрах раствора.

$0{,}25 \cdot 6 = 1{,}5(л)$ – объем чистого вещества в шести литрах раствора.

$0{,}6 + 1{,}5 = 2{,}1(л)$ – объем чистого вещества в получившемся растворе.

$\frac{2{,}1}{10} \cdot 100 = 21\%$ – концентрация получившегося раствора.

Ответ: 21%

СЛАЙД 6. ***Задача 4. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезенной смеси, если со склада было отправлено 400 кг.***

Условно разделим цементную смесь на воду и сухое вещество.

$400 \cdot 0{,}18 = 72(кг)$ – воды в цементе на складе.

$400 - 72 = 328(кг)$ – сухого вещества в цементе на складе.

$100 - 20 = 80\%$ – сухого вещества в цементе в 328 килограммах.

$328 : 0{,}8 = 410(кг)$ – масса привезенной смеси.

Ответ: 410 кг.

Решение задач с помощью уравнения.

СЛАЙД 7. ***Задача 5. Сколько надо взять 5 процентного и 25 процентного раствора кислоты, чтобы получить 4 л 10 процентного раствора кислоты?***

0,1· 4=0,4(л) – кислоты в новом растворе.
Пусть x *л* надо взять первого раствора. Тогда второго – $(4 - x)$ л, а количество получившегося раствора $2x$.
$0{,}05x$ л – кислоты в первом растворе.
$0{,}25 \cdot (4 - x)$ л – кислоты во втором растворе.
$0{,}05x + 0{,}25 \cdot (4 - x) = 0.05x + 1 - 0{,}25x = (1 - 0{,}2x)$ л.
Получим уравнение

$1 - 0{,}2x = 0{,}4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -0{,}2x = 0{,}6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 3$

3 л надо взять первого раствора.
4 – 3 = 1 л – второго.

Ответ: 1 л, 3 л.

СЛАЙД 8. ***Задача 6. В сосуд емкостью 6л налито 4л 70% раствора серной кислоты. Во второй сосуд той же емкости налито 3л 90% раствора серной кислоты. Сколько литров раствора нужно перелить из второго сосуда в первый, чтобы в нем получился 74% раствор серной кислоты? Найдите все допустимые значения процентного содержания раствора серной кислоты в 6л раствора в первом сосуде.***

Пусть x литров раствора кислоты нужно перелить из второго сосуда в первый. Тогда в нем станет $(4 + x)$ литров 74 процентного раствора.

$4 \cdot 0{,}7 = 2{,}8(л)$ – кислоты в первом сосуде.

$(0{,}9x)$ литров – кислоты нужно перелить.

$(2{,}8 + 0{,}9x)$ литров – кислоты в новом растворе.

Учитывая, что новый раствор 74% и его объем $(4 + x)$ литров, то кислоты в нем $(0{,}74\cdot(4 + x))$ литров.

Получим уравнение:

$$2{,}8 + 0{,}9x = 0{,}74 \cdot (4 + x) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}9x - 0{,}74x = 2{,}96 - 2{,}8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}16x = 0{,}16 \Leftrightarrow$$

$$x = 1$$

Найдем допустимые значения процентного содержания.

Так как в первый сосуд налит 70 процентный раствор серной кислоты, а будем доливать 90 процентный раствор, то процентное содержание раствора будет увеличиваться.

Из второго сосуда в первый можно перелить максимальное количество раствора кислоты – 2 литра.

$0{,}9 \cdot 2 = 1{,}8(л)$ – кислоты в двух литрах.

$2{,}8 + 1{,}8 = 4{,}6(л)$ – кислоты будет в первом сосуде.

Тогда процентное содержание раствора серной кислоты в шести литрах раствора в первом сосуде может быть

$$\frac{4{,}6}{6} \cdot 100 = 76\frac{2}{3}\%$$

Ответ: 1; $\left[70\%; 76\frac{2}{3}\%\right]$

СЛАЙД 9. ***Задача 7. Первый сплав содержит 10% меди, второй – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.***

Условно разделим сплав на медь и еще какой-то металл.

Пусть x кг масса первого сплава. Тогда масса второго сплава $(x + 3)$ кг, а масса третьего сплава $(x + (x + 3)) = (2x + 3)$ кг.

Масса меди в первом сплаве ($0{,}1x$) кг, во втором – ($0{,}4\cdot(x + 3)$) кг, а в третьем – ($0{,}3\cdot (2x +3)$) кг.

Получим уравнение:

$$0{,}1x + 0{,}4(x+3) = 0{,}3(2x+3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}1x + 0{,}4x + 1{,}2 = 0{,}6x + 0{,}9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}5x - 0{,}6x = 0{,}9 - 1{,}2$$

$$x = 3$$

3 кг масса первого сплава.

$2 \cdot 3 + 3 = 9$ (кг) – масса третьего сплава.

Ответ: 9 кг.

СЛАЙД 10. ***Задача 8. Имеется два сплава золота и серебра: в одном массы этих металлов находятся в отношении 2:3, а в другом – в отношении 3:7. Сколько килограммов нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором золото и серебро находились бы в отношении 5:11?***

Условно разделим сплав на золото и серебро.

Пусть x кг масса куска, взятого от первого сплава. Тогда масса куска, взятого от второго сплава ($8 - x$) кг.

Масса золота в первом куске $\left(\frac{2}{5}x\right) кг.$

Масса золота во втором куске $\left(\frac{3}{10}\cdot(8-x)\right) кг.$

Масса золота в новом сплаве $8\cdot\frac{5}{16} = 2{,}5 кг$

Получим уравнение

$$\frac{2}{5}x + \frac{3}{10}\cdot(8-x) = 2{,}5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0{,}1x + 2{,}4 = 2{,}5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

1 кг нужно взять от первого сплава.

8 – 1 = 7 (кг) – от второго сплава.

Ответ: 1кг; 7 кг.

В этой задаче можно было бы составить и другие уравнения

* $\frac{3}{5}x + \frac{7}{10}\cdot(8-x) = 5{,}5;$
* $\frac{0{,}1x + 2{,}4}{5{,}6 - 0{,}1x} = \frac{5}{11};$
* $\frac{0{,}1x + 2{,}4}{5} = \frac{5{,}6 - 0{,}1x}{11}$

Решение задач с помощью систем уравнений

СЛАЙД 11. Задача 9. ***Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй- 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?***

Условно разделим сплав на никель и еще какой-то металл.

Пусть x кг масса первого сплава, y кг – второго.

Так как масса третьего сплава 200 кг, то получим уравнение $x + y = 200.$

Масса никеля в первом сплаве ($0{,}1x$) кг, во втором – ($0{,}3y$) кг, а в новом - 200·0,25=50 кг. Получим второе уравнение $0{,}1x + 0{,}3y = 50.$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 200, \\ 0{,}1x + 0{,}3y = 50. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ x + 3y = 500. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 - y, \\ 200 - y + 3y = 500. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50, \\ y = 150. \end{cases}$$

50 кг – масса первого сплава.

150 кг – масса второго сплава.

150 – 50 = 100 (кг)

Ответ: на 100 кг.

СЛАЙД 12. ***Задача 10. При смешивании 30 процентного раствора серной кислоты с10 процентным раствором серной кислоты получилось 400 г 15 процентного раствора. Сколько граммов 30 процентного раствора было взято?***

Пусть x г масса 30 процентного раствора серной кислоты, а y г – 10 процентного. Получим уравнение $x + y = 400$.

$400 \cdot 0{,}15 = 60(г)$ – кислоты в новом растворе.

$0{,}3x(г)$ – кислоты в первом растворе.

$0{,}1y(г)$ – кислоты во втором растворе.

Получим второе уравнение $0{,}3x + 0{,}1y = 50.$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 400, \\ 0{,}3x + 0{,}1y = 60. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 400 - x, \\ 0{,}3x + 0{,}1 \cdot (400 - x) = 60. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100, \\ y = 300. \end{cases}$$

100 г 30 процентного раствора было взято.

Ответ:100 г.

Слайд 13. ***Задача 11. Имеются два слитка сплава серебра и олова. Первый слиток содержит 360г серебра и 40г олова, а второй слиток – 450г серебра и 150г олова. От каждого слитка взяли по куску, сплавили их и получили 200г сплава, в котором оказалось 81% серебра. Определите массу (в граммах) куска, взятого от второго слитка.***

Первый слиток имеет вес 400 г, второй – 600 г.

$\frac{360}{400}\cdot 100 = 90\%$ – серебра в первом слитке (соответственно и в первом куске).

$\frac{450}{600}\cdot 100 = 75\%$ – серебра во втором слитке (соответственно и во втором куске).

Пусть x г масса куска, взятого от первого слитка, а y г – от второго.

$0{,}9x$ (г) – серебра в первом куске;

$0{,}75y$ (г) – серебра во втором куске;

$200 \cdot 0{,}81 = 162$ (г) – серебра в новом сплаве.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 200, (\cdot(-0{,}9)) \\ 0{,}9x + 0{,}75y = 162. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0{,}9x - 0{,}9y = -180, \\ 0{,}9x + 0{,}75y = 162. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80, \\ y = 120. \end{cases}$$

120 г нужно взять от второго слитка.

Ответ: 120 г.

СЛАЙД 14. ***Задача 14. Первый раствор содержит 40% кислоты, а второй - 60% кислоты. Смешав эти растворы и добавив 5 л воды, получили 20 процентный раствор. Если бы вместо воды добавили 5 л 80 процентного раствора, то получился бы 70 процентный раствор. Сколько литров 60 процентного раствора кислоты было первоначально?***

Пусть x л было 40 процентного, а y л – 60 процентного. Тогда нового, 20 процентного раствора – $(x + y + 5)$ л.

$0{,}4x$ (л) – кислоты в первом растворе;

$0{,}6y$ (л) – кислоты во втором растворе;

$0{,}2\cdot(x + y + 5)$ (л) – кислоты в новом растворе.

Получим уравнение $0{,}4x + 0{,}6y = 0{,}2(x + y + 5)$.

$0{,}8 \cdot 5 = 4(л)$ – кислоты в 80 процентном растворе;

$0{,}7 \cdot (x + y + 5)(л)$ – кислоты в новом, 70 процентном растворе.

Получим второе уравнение $0{,}4x + 0{,}6y = 0{,}7(x + y + 5)$.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0{,}4x + 0{,}6y = 0{,}2(x + y + 5), \\ 0{,}4x + 0{,}6y + 4 = 0{,}7(x + y + 5). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}4x + 0{,}6y = 0{,}2x + 0{,}2y + 1, \\ 0{,}4x + 0{,}6y + 4 = 0{,}7x + 0{,}7y + 3{,}5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$$

2 л 60 процентного раствора было первоначально.

Ответ: 2 л.